

Eduardo Tadashi Katsuno

Interação fluido-estrutura aplicada ao projeto e otimização de hélices aeronáuticas

São Paulo - SP

fevereiro de 2016

Eduardo Tadashi Katsuno

**Interação fluido-estrutura aplicada ao projeto e
otimização de hélices aeronáuticas**

Monografia apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo como requisito
parcial para obtenção do título de bacharel
em Engenharia Mecatrônica

Escola Politécnica da USP

Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos

Orientador: Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva

São Paulo - SP
fevereiro de 2016

Resumo

Durante a corrida em pista de uma aeronave, a força de tração aplicada exerce forte influência na massa total levantada e no limite de pista necessário para a decolagem. Assim, pretende-se desenvolver o projeto e otimização de uma hélice aeronáutica, sendo fixos parâmetros relativos à aeronave. Leva-se em conta o acoplamento motopropulsor, isto é, a capacidade de fornecimento de torque para a hélice. A elevada rotação do motor ocasiona regimes compressíveis em regiões mais próximas da ponta-de-asa da pá. Também, a elevada razão de aspecto indica uma possível influência de efeitos aeroelásticos, devendo manter o equilíbrio entre fenômenos aerodinâmicos, relacionados com as cargas ao longo da pá, e os fenômenos estruturais, relacionados com sua deformação e torção. A teoria do momento do elemento de pá (em inglês, BEMT) é utilizada para determinação do desempenho da hélice. A função objetivo da otimização é baseada na pontuação da competição estudantil SAE Brasil Aerodesign. Nesta, o motor é fixo e o cálculo da função de mérito leva em conta o ganho desempenho de uma aeronave anterior e a massa estimada da hélice.

Palavras-chave: FSI, projeto de hélice, aeroelasticidade, BEMT.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	A presença de hélices	7
1.2	Objetivos	8
1.3	A competição SAE Brasil Aerodesign	8
1.4	Justificativa	9
1.5	Aplicações	12
1.6	Revisão bibliográfica	12
2	FORMULAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Conceitos básicos de hélices	15
2.2	Teoria do elemento de pá	16
2.3	Métodos para obtenção da velocidade induzida	17
2.3.1	Análise unidimensional	17
2.3.2	Análise angular	19
2.3.3	Teoria de vórtices de Goldstein	23
2.4	Massa específica do ar	25
2.5	Aerodinâmica do pós-estol	26
2.5.1	Modelo de Spera	26
2.5.2	Modelo de Lindenburg	30
2.6	Aerodinâmica compressível	30
2.7	Fluidodinâmica computacional	33
2.7.1	Continuidade	33
2.7.2	Quantidade de movimento	34
2.8	Análise estrutural	38
2.8.1	Força normal - centrífuga	39
2.8.2	Critério de falha	40
2.8.3	Deformação por torção	41
2.8.4	Centro elástico	42
3	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	47
3.1	Fluxograma da função de mérito para otimização	47
3.1.1	Fluxograma da otimização	47
3.1.2	Fluxograma da função de mérito	48
3.1.3	Fluxograma da tração	49
3.1.4	Fluxograma da curva de torque-rotação da hélice	50
3.1.5	Fluxograma da performance da hélice	51

3.2	Acoplamento motopropulsor	53
3.3	Pontuação da competição	54
3.4	Massa levantada e carga paga	55
3.5	Parametrização	58
3.6	Parâmetros da otimização	60
4	RESULTADOS	62
4.1	Escolha da ferramenta aerodinâmica	62
4.1.1	Perfil s8064	65
4.1.2	Perfil s822	66
4.1.3	Perfil e387	67
4.1.4	Perfil fx63-137	68
4.1.5	Perfil sd2030	70
4.1.6	Perfil clark-y	71
4.1.7	Análise e Escolha	72
4.2	Obtenção de coeficientes aerodinâmicos e ajuste das curvas	73
4.3	Determinação do Mach de divergência de arrasto	79
4.4	Hélice otimizada	81
5	CONCLUSÃO	83
	Referências	85

Lista de símbolos

α	Ângulo de ataque
δ_e	Ângulo de atuação do profundor
μ_r	Coefficiente de atrito de rolagem
S	Área alar
\bar{c}	Corda média aerodinâmica
e	Coefficiente de Oswald
J	Coefficiente de avanço
ρ	Massa específica do ar
v	Velocidade
v_∞	Velocidade ao longe
ω	Velocidade angular
L	Força de sustentação
D	Força de arrasto
T	Força de tração do conjunto motopropulsor
M_{CG}	Momento de arfagem em torno do CG
CL_0	Coefficiente de sustentação para ângulo de ataque nulo
CL_α	Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque
CD_0	Coefficiente de arrasto parasita
CM_0	Coefficiente de momento de arfagem para ângulo de ataque nulo
CM_α	Variação do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque
CM_{δ_e}	Variação do coeficiente de momento de arfagem com o ângulo de ataque
CM_q	Variação do coeficiente de momento de arfagem com a taxa de arfagem
$CM_{\dot{\alpha}}$	Variação do coeficiente de momento de arfagem com a variação do ângulo de ataque

D_p	Diâmetro da hélice
P	Potência
K_T	Coefficiente de tração
K_Q	Coefficiente de torque
K_P	Coefficiente de potência
η	Eficiência

1 Introdução

1.1 A presença de hélices

Hélices estão presentes em vários ramos da Engenharia, varrendo desde a área de transferência de calor por convecção forçada, tais como refrigeradores; conforto térmico, promovendo a recirculação de ar em um ambiente; aeronáutico, como força de tração de aeronaves e veículos de decolagem vertical; geração de energia eólica, com o desenvolvimento de pás das fazendas eólicas; entre outras áreas. Foca-se, no presente trabalho, o desenvolvimento da hélice como ferramenta para geração da força de tração através da interação com o meio fluido, neste caso, o ar. Entretanto, com ferramentas de desenvolvimento de hélice comuns em outras áreas da Engenharia, os outros ramos também serão estudados de forma a obter melhor entendimento do desenvolvimento de uma hélice.



Figura 1 – Aplicações de hélices em diversos ramos da Engenharia

O princípio básico da sustentação necessita de uma força de tração para movimentar a aeronave e movimentar-se relativamente o ar. Com a incidência de velocidade de um fluido em perfis aerodinâmicos, gera-se as forças de sustentação e arrasto. Em condições de cruzeiro, a sustentação se equilibra com o peso e a força de tração, com o arrasto.

A força de tração maior está diretamente associado a uma maior velocidade relativa do ar e, por consequência, maior força de sustentação e, de certa forma, a um maior peso levantado. Apesar da dependência de outras características de voo, pode-se dizer que uma força de tração maior resulta geralmente em maior peso levantado. Portanto, é interessante elevadas forças de tração.

Hélices tem o princípio semelhante à uma asa: geram sustentação através da velocidade relativa do ar, devido à diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso. Assim como a asa, velocidades maiores provocam forças aerodinâmicas maiores. Em velocidades altas, para o número de Mach maior de 0,3, a velocidade se torna alta o suficiente para não poder negligenciar os efeitos de compressibilidade. Para velocidades ainda mais altas, por volta do número de Mach de 0,6, ocorre o fenômeno conhecido como arrasto de

divergência, no qual o arrasto cresce de forma fortemente elevada. Um arrasto elevado na hélice implica em um torque necessário elevado, ultrapassando a capacidade do motor. É necessário, portanto, avaliar a forma de operação da hélice, de forma a ter o maior mérito desejado e operar em um regime possível de ser aplicado pelo motor.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é estudar e propor uma hélice otimizada para uma dada aeronave participante da SAE Brasil Aerodesign, limitados pelas restrições impostas no regulamento da competição, de forma a maximizar o sistema de pontuação, também explicitados no regulamento.

Escolhe-se uma aeronave da competição SAE Aerodesign anterior devido ao projeto já consolidado e validado, e suas respectivas restrições para a edição no qual a mesma foi submetida, tendo disponível fácil acesso às informações geométricas. Além disso, o motor é fixo pelo regulamento, podendo, na área do conjunto motopropulsor, alterar apenas a hélice. Visto que o intuito deste trabalho é focar no projeto de hélice, não entrando na área de motores, o caso do Aerodesign atende ao escopo deste projeto com um caso prático. Detalhes da competição serão apresentados na próxima seção.

Devido à alta razão de aspecto de uma típica hélice aeronáutica, estuda-se os efeitos aeroelásticos estáticos, comparando efeitos de alteração de eficiência, tração e a função de mérito. Inicialmente serão utilizados métodos clássicos para o projeto de hélice, a teoria do elemento de pá, de baixo custo computacional. Devido à algumas simplificações do modelo, depois o projeto será analisado em um software de CFD, acoplado a uma rotina de análise estrutural.

1.3 A competição SAE Brasil Aerodesign

A competição SAE Brasil Aerodesign é realizada anualmente na cidade de São José dos Campos. Em sua 17^a edição, destacam-se a alta competitividade da competição devido ao elevado nível dos participantes da competição, não somente comparado com edições anteriores, mas também se comparado com edições de outros países, tais como as competições americanas. Outro fator importante e que garante alta competitividade na competição é a mudança do regulamento todos os anos, obrigando seus competidores a repensarem completamente seu projeto, trazendo soluções inovadoras e novas todos os anos.



Figura 2 – Equipes participantes da SAE Brasil Aerodesign 2013

Pode-se dividir em duas partes: competição de projeto e competição de voo. Na competição de projeto, as equipes participantes devem entregar o relatório de projeto da aeronave com as principais áreas de estudo aeronáutica, tais como aerodinâmica, estabilidade e controle, desempenho e cargas e estruturas. Os projetos são avaliados, geralmente pelos engenheiros voluntários da Embraer, através do citado relatório e de uma apresentação oral, que ocorre no primeiro dia da competição.

Na competição de voo, a aeronave deve realizar a trajetória de uma volta completa (decolagem, subida, cruzeiro, manobra e pouso sem avarias) no aeroporto da cidade São José dos Campos transportando uma massa de carga paga. Apesar do sistema de pontuação estabelecida no regulamento mudar ao longo dos anos, conforme já mencionado, é comum equipes com maior valor de carga paga se consagrarem nas posições de liderança da competição.

1.4 Justificativa

Durante a etapa conceitual da aeronave, é feita uma análise de sensibilidade. A partir de aeronaves de anos anteriores, adaptadas para as novas regulamentações geométricas da competição, uma rotina de decolagem calcula suas pontuações-base. A seguir, o gradiente da pontuação é calculado em relação às propriedades consideradas importantes através de variações de 10% em cada parâmetro. Os impactos desses na pontuação são então analisados e ponderados entre as aeronaves, obtendo-se os resultados exibidos na Tab.(1).

Tabela 1 – Análise de sensibilidade

Parâmetro / Ano	Tração	S	CL_{max}	CL_{solo}	AR	e_0	CD_0
2014	7,53%	5,3%	2,0%	0,32%	0,1%	-0,1%	-0,31%
2013	10,7%	8,2%	9,2%	-1,7%	0,9%	0,9%	-0,5%

Na Tab.(1), S representa a área alar, CL_{max} representa o máximo coeficiente de sustentação antes da ocorrência do fenômeno conhecido como estol; CL_{solo} , o coeficiente de sustentação considerando os efeitos da limitação física inferior imposto pelo solo; e_0 , o coeficiente de Oswald, que leva em consideração o quão parecido da forma de asa elíptica a geometria se encontra; e, por fim, CD_0 , coeficiente de atrito parasita. Entende-se parasita como a contribuição para o arrasto total que não está vinculado com a geração de sustentação.

Nota-se que, apesar da mudança de regulamento de 2013 para 2014, o impacto do empuxo para um aumento de pontuação de 10% continua como parâmetro mais impactante, com elevado aumento da pontuação, se comparado com outras características. A importância do empuxo será um parâmetro importante para um aumento de pontuação, não importa o regulamento.

Outra forma de mostrar a importância da tração é apresentada na Fig.(3). Como mencionado nas seções anteriores, uma bateria de voo é considerada válida somente se realizar o trajeto completo, com a finalização na etapa de pouso. Porém, a etapa mais crítica, do ponto de vista de mecânica de voo, é na decolagem (do ponto de vista de estruturas, por exemplo, é comum associar o mergulho ou pouso como uma etapa crítica) e o estudo nesta etapa define a estimativa de carga paga da aeronave.

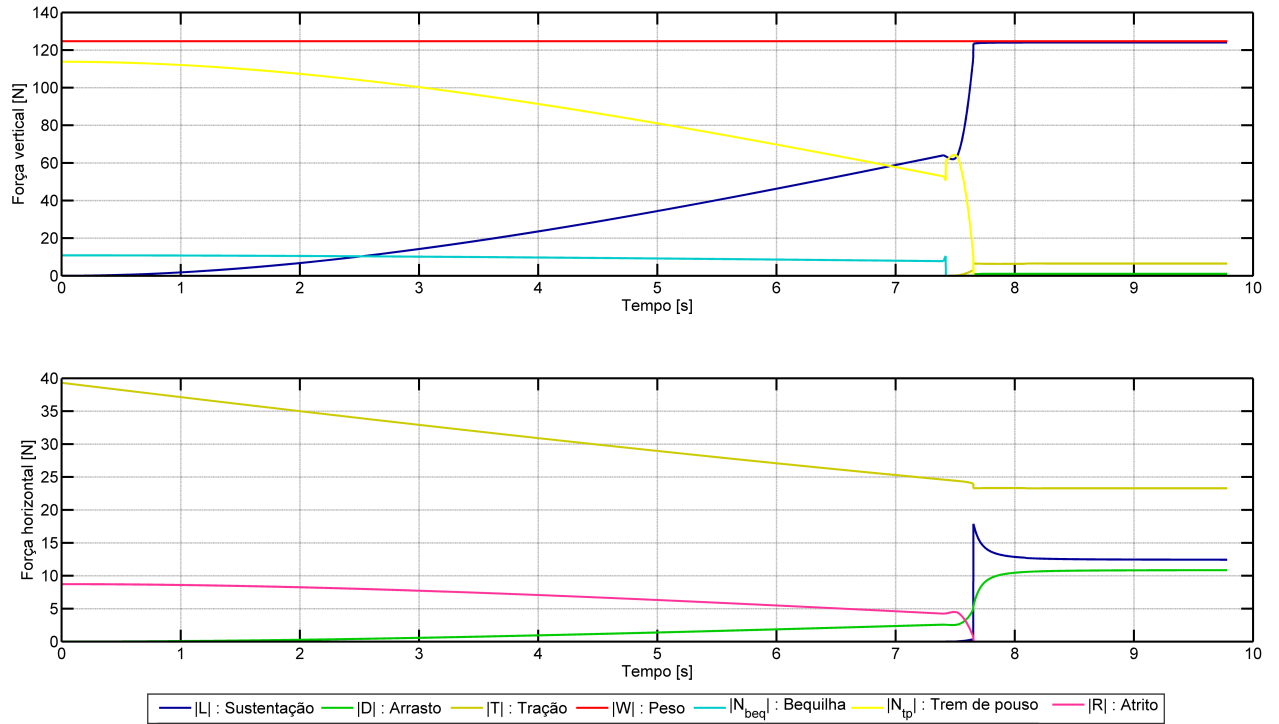


Figura 3 – Variação das forças, em módulo, atuantes em função do tempo

Os resultados de um simulador de voo de 3 graus de liberdade do ano de 2014 da equipe mostram o comportamento das forças atuantes da aeronave durante a etapa de corrida em pista, rolagem e subida. Obteve-se os resultados deste simulador da mesma forma que o equacionado na Sec.(3.4).

O maior valor de velocidade ao final da pista é obtido com um maior valor de força horizontal ao longo da corrida em pista. Pelo gráfico do simulador, o aumento da velocidade ao final da pista pode ser obtido através de um aumento na tração e de redução da força de atrito de rolagem do trem de pouso. Apesar de importante, a força de arrasto, conforme pode ser observado, pode ser reduzido, mas causariam menos impacto se comparado com a mesma redução proporcional da força de atrito de rolagem.

Nota-se o decaimento da força de tração conforme a velocidade de avanço aumenta. Assim como a tração, tal decaimento também é dependente da hélice. A otimização de uma hélice com função objetivo de maximizar a tração estática poderia resultar em uma hélice de forte decaimento, resultando em uma possível hélice que teria forte tração somente por um curto período do início da corrida em pista. A aceleração da aeronave foi forte durante um curto início, ocasionando uma velocidade baixa ao final da pista e, por consequência, massa levantada baixa. Assim, a função de mérito incluirá as consequências do decaimento da força de tração, utilizando o modelo de corrida em pista para auxiliar no cálculo do mérito desejado.

1.5 Aplicações

Além do dito propósito de otimizar uma hélice para o projeto de aerodesign, hélices são frequentemente utilizadas em outras aplicações.

1.6 Revisão bibliográfica

Os modernos aviões comerciais, de grande capacidade de transporte de pessoas, são comumente tracionados através de turbinas tipo *turbofan*. De fato, segundo (**author?**) [1], sistemas propulsivos de grandes vazões mássicas e pequenas variações de velocidades são sistemas com melhores eficiências. Por outro lado, sistemas propulsivos com grandes incrementos de velocidades no fluido, mas com pequenas vazões mássicas, são sistemas com alta razão empuxo-peso.

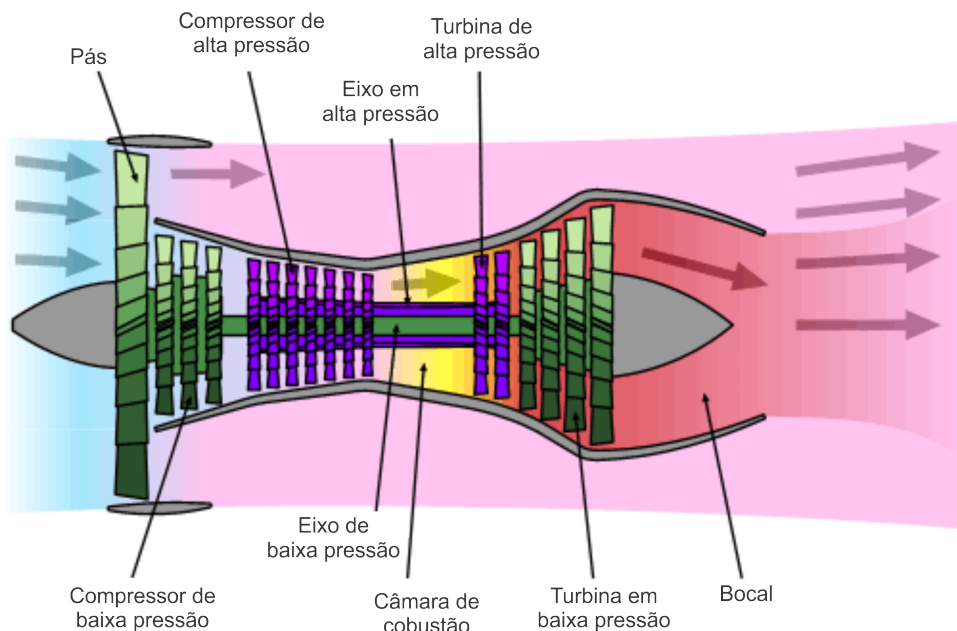


Figura 4 – Diagrama de um turbofan. Extraído de <commons.wikimedia.org/wiki/File:Turbofan_operation.png> e traduzido

Sistemas propulsivos por hélices, devido a seu diâmetro, produzem grande vazão mássica com uma pequena variação de velocidade do fluido, possuem eficiência relativamente alta, se comparado com outros sistemas propulsivos. Turbinas turbojet, de diâmetro pequeno, se comparado com um sistema equivalente por hélice, possuem pequena vazão mássica, mas com grande incremento de velocidade, são sistemas com alta razão empuxo-peso. O princípio de turbinas turbofan é o compromisso das vantagens de vazão mássica da hélice com o grande incremento de velocidade de turbinas turbojet.

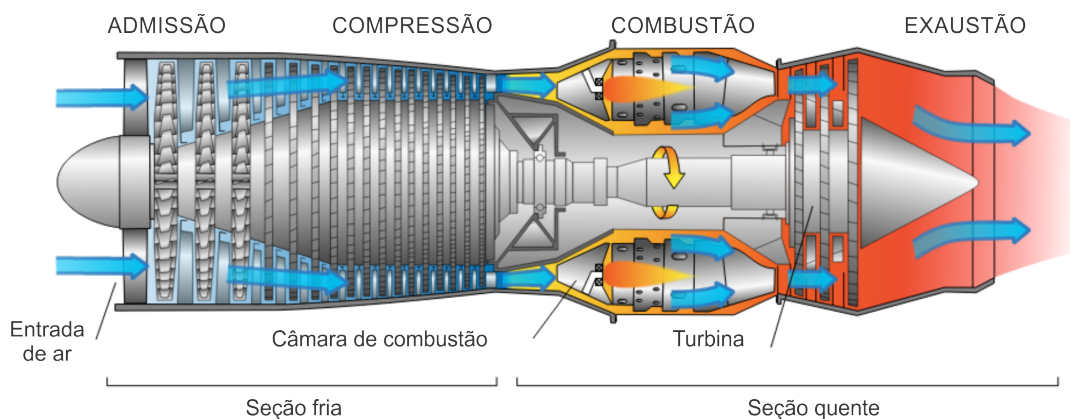


Figura 5 – Diagrama de um turbojet. Extraído de < commons.wikimedia.org/wiki/File:Jet_engine.svg > e adaptado

Portanto, aeronaves militares, no qual grandes velocidades e acelerações são mais focadas que o consumo de combustível, utilizam mais comumente turbinas turbojet. Aeronaves comerciais, como já ditos, turbofan, devido à motivação de economia de energia somada a velocidades subsônicas. Para aeronaves de velocidades baixas, sistemas propulsores por hélice são mais adequados, a respeito de eficiência geral, segundo Lofting [2]. De fato, é comum a presença de hélices para aeronaves de pequeno porte, desde aeromodelos, VANT, hidroplanos, ou até mesmo aeronaves comerciais de médio porte, citado na notícia do Wall Street Journal [3].

Hélices são utilizadas não somente na área aeronáutica, mas também na área de Engenharia Naval. Nesta área, a própria geometria da hélice é diferente da área aeronáutica, notando a diferença entre os DAR - Disc Area Ratio, razão entre a área projetada da hélice e a área do círculo descrito pelo diâmetro das pás. É comum DAR próximos de 90% na naval, enquanto na aeronáutica, os valores são próximos de 10%. Há preocupações não presentes na área aeronáutica, como a cavitação. Além disso, na área naval, a palavra hélice é masculina. Entretanto, as teorias para o projeto de hélice são semelhantes, devendo apenas ter o cuidado da adaptação para aeronáutica. Vesting (**author?**) [4] apresenta a implementação de uma linha sustentadora para o projeto de hélice náutica, com análise posterior em CFD. São comparados e observados os diferentes resultados com os diferentes modelos de turbulência e modelo de turbulência, por exemplo.

Outra área no qual hélices são presentes é na geração de energia eólica, utilizando teorias semelhantes, mas com focos diferentes. Ingram [5] apresenta o método do momento de elemento de pá para projetar uma pá eólica. A teoria é comumente utilizada para projetar hélices aeronáuticas, como será mostrado em breve. Neste caso, há o foco da geração de potência da pá, sentido contrário à geração de tração à custa do fornecimento de potência.

Também com foco na energia eólica, Rwigema [6] foca em métodos para prever

a esteira gerada pelo movimento rotacional da hélice. Apesar do foco na área de energia eólica, é abordada com profundidade a teoria para o projeto de hélice. É apresentado o método de previsão da esteira através do uso acoplado da teoria do elemento de pá e da teoria do momento. Apresenta-se validação da hélice proposta, podendo ser observado as limitações da teoria, também discutidas no mesmo.

Utilizando a teoria da linha sustentadora, Kesler [7] também apresenta a teoria do elemento de pá para o projeto, mas apresenta também o comparativo entre as duas teorias com os valores obtidos experimentalmente. Na tese apresentada, o objetivo é a construção de um veículo terrestre tracionado por uma hélice. A teoria da linha sustentadora, restrito de suas limitações na forma original, tais como necessidade de razão de aspecto maior que quatro e ausência de uma análise com enflechamento, apresentada na tese contribui para o projeto deste trabalho. A comparação com a tese de Kesler não será feito, devido a características de qualidade duvidosa.

Também utilizando a teoria de linha sustentadora, [8] destina sua tese para o estudo de turbinas de vento para obtenção de energia eólica, mas foca na solução da equação integro-diferencial, o método simplificado e o método das expansões de Fourier e compara tais métodos.

Para a otimização de uma hélice aeronáutica como sistema de propulsão, Barbosa [9] apresenta a teoria do elemento de pá, apresentando também a consideração de compressibilidade do fluido em regiões próximas à ponta-de-asa da hélice, notando as vantagens do enflexamento em tais regiões para diminuir a velocidade relativa e consequentemente diminuir o arrasto que, para fins deste trabalho, implica em uma potência necessária menor. Não é utilizado CFD para validação de seus dados.

O presente trabalho insere no campo do projeto de hélice voltado como sistema de propulsão para aeronaves tipo VANT, tendo como função objetivo na parte de otimização, a hélice que resulte em uma maior pontuação em uma aeronave típica participante da competição SAE Aerodesign. Nota-se, através da revisão bibliográfica, que, apesar do foco na competição, o trabalho pode ser facilmente extrapolado para outros fins, principalmente para geração de energia eólica.

2 Formulação teórica

2.1 Conceitos básicos de hélices

A razão de avanço J é um adimensional que relaciona a própria velocidade de avanço v_∞ com o diâmetro da hélice D_p e a sua velocidade angular. Desta forma, tem-se:

$$J = \frac{2\pi v_\infty}{\omega D_p} \quad (2.1)$$

A tração de um conjunto motopropulsor pode ser relacionado também com um adimensional, o coeficiente de tração K_T . Neste caso, relaciona-se a tração T com a massa específica do ar ρ , velocidade angular ω e diâmetro da hélice D_p segundo a Eq.(2.2).

$$T = \rho \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^2 K_T D_p^4 \quad (2.2)$$

O torque Q também pode ser adimensionalizado de forma semelhante através do coeficiente de torque K_Q , relacionando outras grandezas físicas, como descrito através da Eq.(2.3).

$$Q = \rho \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^2 K_Q D_p^5 \quad (2.3)$$

A potência do motor destinado à rotação da hélice é dado como o produto entre o torque e sua velocidade angular. Desta forma, também é possível adimensionalizar a potência P através do coeficiente de potência K_P . Assim:

$$P = \rho \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^3 K_P D_p^5 \quad (2.4)$$

A eficiência do propulsor η é definido entre a razão entre a potência do propulsor e a potência do motor destinado à rotação da hélice. Desta forma, e simplificando, chega-se à definição na Eq.(2.5).

$$\eta = \frac{T v_\infty}{P} = \frac{K_T J}{K_P} = \frac{K_T J}{2\pi K_Q} \quad (2.5)$$

Define-se o raio médio r_m àquele no qual se divide o círculo formado pelo diâmetro da hélice em duas áreas iguais. Isto é:

$$\pi (r_t^2 - r_m^2) = \pi (r_m^2 - r_h^2) \quad (2.6)$$

no qual r_t é o raio da ponta-de-asa (isto é, $2r_t = D_p$); r_h , raio da raiz, isto é, o raio no qual há o início da superfície aerodinâmica.

Isolando o raio médio da Eq.(2.6):

$$r_m = \sqrt{\frac{r_t^2 + r_h^2}{2}} \quad (2.7)$$

Portanto, a razão de aspecto de uma pá, AR_p é definido pela Eq. (2.8).

$$AR_p = \frac{2(r_t - r_h)}{c_m} \quad (2.8)$$

no qual c_m é a corda no perfil na posição do raio médio r_m .

2.2 Teoria do elemento de pá

Por volta do começo da década de 1890, Drzewiecki desenvolveu a teoria do elemento de pá. Entretanto, Drzewiecki não previu a existência de uma velocidade induzida que o próprio movimento da pá causava no escoamento, ocasionando hélices com desempenho inferior que testes empíricos realizados no começo do século XX. A teoria do elemento de pá é semelhante à linha de sustentação de Prandtl. Um esquema é mostrado na Fig.(6): divide-se a pá em vários segmentos. Considera-se que, em cada segmento, as características do perfil aerodinâmico de sustentação, arrasto e momento são iguais às obtidas para análise de aerofólio, ou seja, bidimensionalmente.

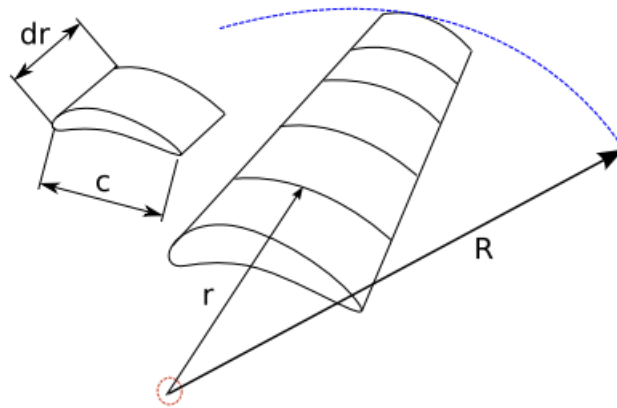


Figura 6 – Divisão de pá em segmentos. Extraído de [5]

A primeira ideia de utilizar a teoria do elemento de pá, mas com efeitos de velocidade induzida, foi feito na Rússia, com a dupla Sabinin e Yuriev. Neste caso, a análise continua na forma de segmentos mas, em cada segmento, uma componente de velocidade

induzida muda tanto a velocidade em si quanto o ângulo de ataque que o aerofólio local é submetido, conforme mostra a Fig.(7).

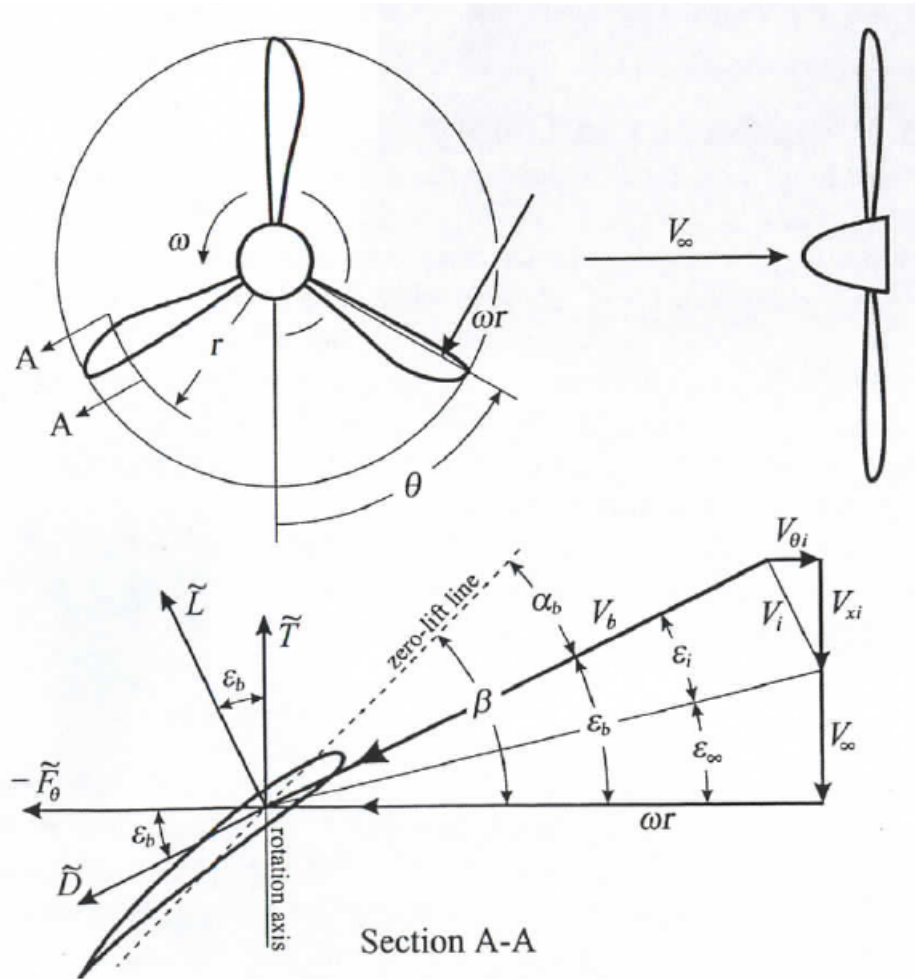


Figura 7 – Seção típica da teoria do momento de pá. Extraído de [1]

Apresenta-se três formas para obter a velocidade induzida v_i para acoplar com a teoria do elemento de pá, a serem apresentados nas próximas seções.

2.3 Métodos para obtenção da velocidade induzida

2.3.1 Análise unidimensional

A teoria do momento de hélice clássica é uma análise unidimensional para determinar a velocidade induzida de uma hélice. A formulação da teoria do momento da hélice impõe quatro hipóteses:

1. O fluido é inviscido e incompressível.
2. Qualquer rotação do fluido dentro do tubo de corrente é negligenciado.

3. A velocidade do fluido é considerada uniforme ao longo de cada secção transversal do tubo de corrente.
4. A pressão é assumida constante ao longo de cada secção transversal do tubo de corrente.

A Fig. (8) ilustra as secções de um tubo de corrente típico. O sufixo ∞ indica o secção ao longe; a , a secção logo antes da hélice; d , a secção logo depois da hélice; e, finalmente, s , a secção de saída ao longe.

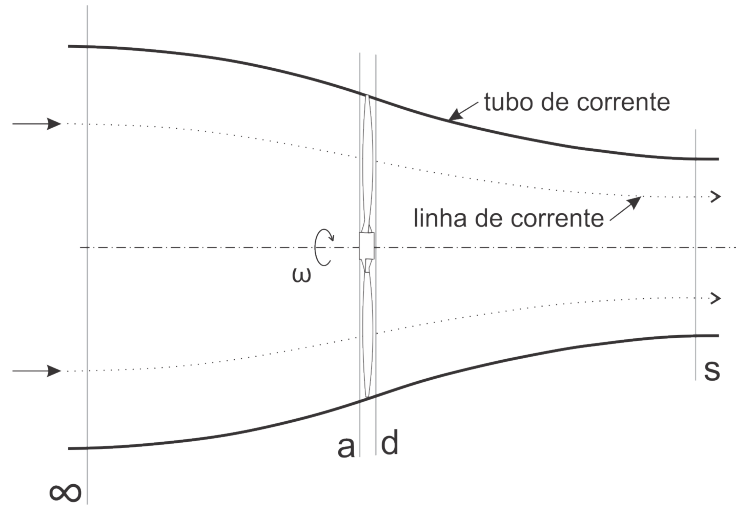


Figura 8 – Escoamento pela teoria do momento de hélice

Assumindo que a velocidade na secção a é formado pela soma da parcela de velocidade ao longe, v_∞ e pela velocidade induzida pelo próprio movimento da hélice, v_i e aplicando a equação da continuidade com base nas hipóteses apresentadas, é fácil obter que $v_d = v_a = v_\infty + v_i$. Assumindo também que $p_s = p_\infty$, aplica-se a equação de Bernoulli entre as secções ∞ e a , e entre d e s , ilustradas abaixo:. Subtraindo as equações, chega-se que:

$$p_\infty + \frac{1}{2}\rho v_\infty^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho (v_\infty + v_i)^2 \quad (2.9)$$

$$p_d + \frac{1}{2}\rho (v_\infty + v_i)^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho v_s^2 \quad (2.10)$$

Subtraindo as Eq. (2.9) e Eq. (2.10), resulta em:

$$\frac{1}{2}\rho (v_s^2 - v_\infty^2) = p_d - p_a \quad (2.11)$$

A tração gerada pela hélice é dada justamente pela diferença de pressão entre seus dorsos multiplicado pela área do disco atuador. Assim, com base na equação 2.11, chega-se à:

$$T = \frac{1}{8} \pi D_p^2 \rho (v_s^2 - v_\infty^2) \quad (2.12)$$

Outra forma de representar a tração gerada é aplicando a equação da quantidade de movimento incluindo a hélice. Desta forma:

$$T = \dot{m} (v_s - v_\infty) = \frac{1}{4} \pi D_p^2 \rho (v_\infty + v_i) (v_s - v_\infty) \quad (2.13)$$

Substituindo as Eq.(2.13) e Eq.(2.12), chega-se na relação entre velocidades:

$$v_s = v_\infty + 2v_i \quad (2.14)$$

Substituindo o resultado obtido na Eq.(2.14), chega-se em v_i dado por:

$$v_i = \sqrt{\frac{v_\infty^2}{4} + \frac{2T}{\pi D_p^2 \rho}} - \frac{v_\infty}{2} \quad (2.15)$$

2.3.2 Análise angular

A análise unidimensional impõe a hipótese que qualquer rotação do fluido dentro do tubo de corrente é negligenciado, o que claramente não é verdade. A operação da hélice deve-se a uma imposição de torque para ser operado e, por conservação de momento angular, deve ser conservado. Para isso, como será visto, a hipótese da pressão constante ao longo da pá será desfeita. De fato, conhecendo os efeitos de vórtices de ponta-de-asa e a variação da velocidade tangencial ao longo da pá, a pressão ao longo da pá é claramente variável.

Assim sendo, a formulação da teoria do momento da hélice incorporando os efeitos do momento angular mantém a hipótese a consideração de fluido inviscido e incompressível, mas permitindo efeitos de rotação dentro do tubo de corrente. Novamente, divide-se a trajetória do escoamento em quatro partes, mostrados na Fig.(9). Em cada parte, decompõe-se a velocidade em uma parcela tangencial, denominada pelo sufixo θ , e outra parcela axial, denominada pelo sufixo x .

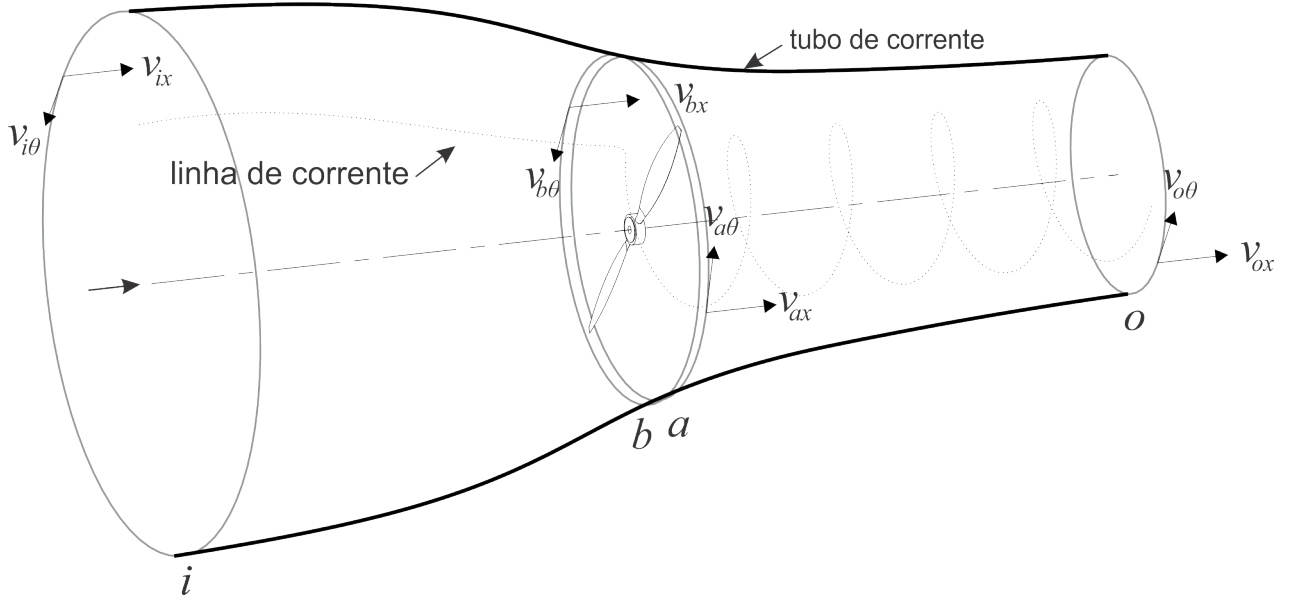


Figura 9 – Teoria do momento de hélice, incluindo efeitos de rotação

A velocidade na seção de entrada é a própria velocidade de avanço, sem parcela de velocidade tangencial. Isto é, $v_{ix} = v_\infty$ e $v_{i\theta} = 0$.

No volume de controle entre as seções i e b não há nenhuma aplicação de torque e, sabendo que $v_{i\theta}$ é nulo, a velocidade tangencial na seção b também é nulo. A velocidade axial na seção b é, por definição, a soma da velocidade de avanço e induzida. Assim, reforçando, $v_{bx} = v_\infty + v_i$ e $v_{b\theta} = 0$.

Aplicando a equação da continuidade entre as seções b e a e lembrando da hipótese de incompressibilidade, conclui-se que $v_{ax} = v_{bx} = v_\infty + v_i$.

O raio do tubo de corrente nas seções b e a é o raio da hélice, que será definido como R_p . Também, a rotação da hélice é definido pela velocidade angular ω .

Na seção o , o escoamento se torna independente da direção axial, x . Portanto, aplicando a equação da continuidade em coordenada cilíndrica, obtém-se:

$$\frac{d(r_o v_{or})}{dr_o} = 0 \quad (2.16)$$

Como condição de contorno da Eq. (2.16) de velocidade radial nula na seção o no tubo de corrente, chega-se à:

$$v_{or} = 0 \quad (2.17)$$

Diante do resultado obtidos anteriormente, e aplicando a equação da quantidade de movimento em coordenada cilíndrica e considerando a mudança de variável para $v_{o\theta} = \omega_o r_o$, obtém-se:

$$\rho \omega_o r_o = \frac{\partial p_o}{\partial r_o} \quad (2.18)$$

ou, integrando:

$$p_o(r_o) = \frac{1}{2}\rho\omega_o r_o^2 + C \quad (2.19)$$

A pressão da seção o na região do tubo de corrente é a pressão ao longe, p_∞ . Considerando esta condição de contorno, tem-se:

$$p_o(r_o) = p_\infty - \frac{1}{2}\rho\omega_o (R_o^2 - r_o^2) \quad (2.20)$$

Aplicando a equação da continuidade entre as seções a e o , tem-se:

$$\pi r_p^2 \rho (v_\infty + v_i) = \pi r_o^2 \rho v_{ox} \quad (2.21)$$

ou, evidenciando r_o :

$$r_o^2 = \frac{v_\infty + v_i}{v_{ox}} r_p^2 \quad (2.22)$$

Para determinar a velocidade tangencial após a hélice, aplica-se o princípio de conservação de momento angular entre as seções a e o :

$$r_a v_{a\theta} = r_o^2 \omega_o \quad (2.23)$$

Substituindo a Eq. (2.23) na Eq. (2.22), tem-se:

$$v_{a\theta} = \frac{v_\infty + v_i}{v_{ox}} r_a \omega_o \quad (2.24)$$

Aplicando a equação da quantidade de movimento na direção axial, tem-se:

$$T + \int_{A_o} (p_\infty - p_o) dA_o = \int_{A_o} (v_{ox} - v_\infty) d\dot{m} \quad (2.25)$$

Substituindo a Eq. (2.20) na Eq. (2.25), tem-se:

$$T + \int_{r_o=0}^{R_o} \frac{\rho\omega_o^2}{2} (R_o^2 - r_o^2) (2\pi r_o dr_o) = \int_{r_o=0}^{R_o} (\rho v_{ox} 2\pi r_o dr_o) \quad (2.26)$$

$$T = \pi R_o^2 \rho v_{ox} (v_{ox} - v_\infty) - \frac{\pi R_o^4 \rho \omega_o^2}{4} \quad (2.27)$$

Substituindo a Eq. (2.22) na Eq. (2.27), tem-se:

$$T = \pi R_p^2 \rho \left[(v_\infty + v_i) (v_{ox} - v_i) - \left(\frac{v_\infty + v_i}{2v_{ox}} \right)^2 \omega_o^2 R_p^2 \right] \quad (2.28)$$

Outra maneira de determinar a tração é integrando a diferença de pressão entre as seções b e a :

$$T = \int_{A_p} (p_a - p_b) dA_p = \int_{r_p=0}^{R_p} (p_a - p_b) 2\pi r_p dr_p \quad (2.29)$$

Para determinar a diferença de pressão das seções a e b , aplica-se a equação de Bernoulli entre as seções i e b e, novamente, entre a e o e subtraindo, tem-se:

$$p_o - p_\infty + \frac{1}{2}\rho(v_{ox}^2 + \omega_o^2 r_o^2) - \frac{1}{2}\rho v_\infty^2 = p_a - p_b + \frac{1}{2}\rho v_{a\theta}^2 \quad (2.30)$$

Substituindo o valor de pressão obtido na Eq. (2.20) e o valor da velocidade tangencial da Eq. (2.22) na Eq. (2.30), tem-se:

$$p_a - p_b = \rho\omega_o^2 \left[\left(1 - \frac{v_\infty + v_i}{2v_{ox}}\right) r_a^2 - \frac{R_p^2}{2} \right] \frac{v_\infty + v_i}{v_{ox}} + \frac{1}{2}\rho v_{ox}^2 - \frac{1}{2}\rho v_\infty^2 \quad (2.31)$$

Determinado a formulação da diferença de pressão, aplica-se o resultado da Eq. (2.31) na Eq. (2.29):

$$T = \pi R_p^2 \rho \left[\frac{1}{2}v_{ox}^2 - \frac{1}{2}v_\infty^2 - \left(\frac{v_\infty + v_i}{2v_{ox}}\right)^2 \omega_o^2 R_p^2 \right] \quad (2.32)$$

Determinado a tração pela diferença de pressão dos dorsos, compara-se com o obtido através da Eq. (2.28), obtendo:

$$\frac{1}{2}v_{ox}^2 - \frac{1}{2}v_\infty^2 = (v_\infty + v_i)(v_{ox} - v_\infty) \quad (2.33)$$

Isolando o termo v_{ox} de forma a satisfazer a Eq. (2.33), tem-se:

$$v_{ox} = v_\infty + 2v_i \quad (2.34)$$

Para determinar a potência necessária, aplica-se a equação da energia em volta do tubo de corrente, tendo em vista a hipótese de fluido incompressível:

$$\omega Q = \int_{A_o} \left(\frac{p_o}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{v_{ox}^2 + v_{o\theta}^2}{2} - \frac{v_\infty^2}{2} \right) d\dot{m} \quad (2.35)$$

$$\omega Q = \int_{r_o=0}^{R_o} \left(\frac{p_o}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{v_{ox}^2 + \omega_o^2 r_o^2}{2} - \frac{v_\infty^2}{2} \right) \rho v_{ox} 2\pi r_o dr_o \quad (2.36)$$

Aplicando as Eqs. (2.20) e (2.22) na Eq. (2.36), e considerando que o raio do tubo de corrente na seção a é simplesmente o raio da hélice, $R_a = R_p$, chega-se em: '

$$\omega Q = \pi R_p^2 \rho (v_\infty + v_i) \left(\frac{v_{ox}^2}{2} + \frac{v_\infty^2}{2} \right) \quad (2.37)$$

Para determinar o torque Q exercido e substituir na Eq. (2.37), aplica-se a equação do momento da quantidade de movimento em torno do tubo de corrente. A velocidade tangencial na seção i é nula e, portanto, somente a seção de saída o será incluída.

$$Q = \int_{A_o} r_o v_{o\theta} d\dot{m} \quad (2.38)$$

$$Q = \int_{r_o=0}^{R_o} r_o^2 \omega_o (\rho v_{ox} 2\pi r_o dr_o) \quad (2.39)$$

$$Q = \frac{\pi}{2} \rho v_{ox} \omega_o R_o^2 \quad (2.40)$$

Novamente, substituindo a Eq. (2.22) na Eq. (2.20), tem-se:

$$Q = \pi \rho \frac{(v_\infty + v_i)^2}{2v_{ox}} \omega_o R_p^4 \quad (2.41)$$

Inserindo o resultado do torque obtido na Eq. (2.41) na Eq. (2.37), obtém-se:

$$\omega_o = \frac{v_{ox} (v_{ox}^2 + v_\infty^2)}{\omega R_p^2 (v_\infty + v_i)} \quad (2.42)$$

A velocidade axial na seção o , determinada na Eq. (2.34), substituindo na Eq. (2.42), resulta em:

$$\omega_o = \frac{4(v_\infty + 2v_i)v_i}{\omega R_p^2} \quad (2.43)$$

Determinado ω_o na Eq. (2.43) e v_{ox} na Eq. (2.34), pode-se aplicar na formulação da tração, na Eq. (2.32).

$$T = 2\pi R_p^2 \rho (v_\infty + v_i) v_i \left[1 - \frac{2(v_\infty + v_i)v_i}{\omega^2 R_p^2} \right] \quad (2.44)$$

É possível isolar a velocidade induzida, v_i . Apenas a parte positiva faz sentido, resultando em:

$$v_i = -\frac{v_\infty}{2} + \sqrt{\frac{v_\infty^2}{4} + \frac{\omega^2 R_p^2}{4} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T}{A_p \rho \omega^2 R_p^2}} \right)} \quad (2.45)$$

2.3.3 Teoria de vórtices de Goldstein

A teoria de vórtices de Goldstein, introduzida no ano de 1929, é citada por Johnson [10] como um método para previsão da velocidade induzida de uma hélice, de forma sucinta. Uma dedução detalhada é encontrada em Johnson [10]. Komninou [11] utilizou a teoria de vórtices, incluindo a de Goldstein para modelar rotores ótimos na área de pás eólicas. A principal característica da teoria de vórtices de Goldstein é considerar que a velocidade induzida é perpendicular com a velocidade resultante. Tal característica pode ser vista com mais facilidade através da Fig.(10). A velocidade induzida, v_i é perpendicular à velocidade resultante, v_b , formando o ângulo induzido, ϵ_b .

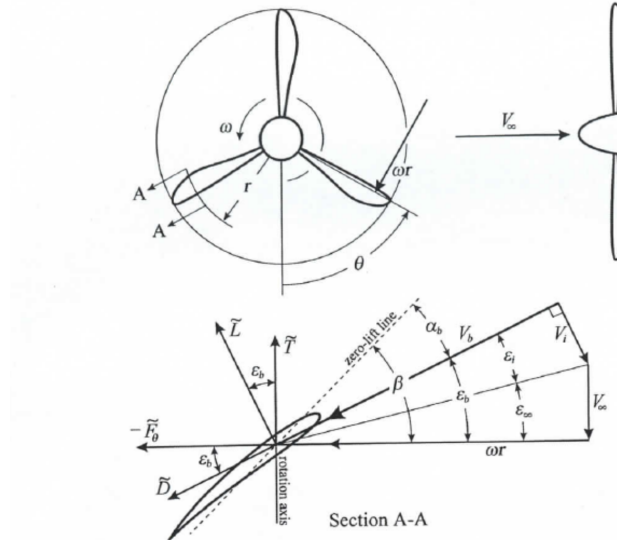


Figura 10 – Diagrama de velocidades em uma seção da hélice considerando as hipóteses de Goldstein. Figura extraída de [?].

Outra hipótese importante realizado por Goldstein é a consideração de passo constante ao longo da esteira gerada pela hélice. Diante desta hipótese, a velocidade induzida tangencial $v_{\theta i}$ se relaciona com a circulação local Γ , número de pás n e raio local r através da relação:

$$n\Gamma = 4\pi\kappa r v_{\theta i} \quad (2.46)$$

Métodos gráficos, obtidos de forma empírica, são necessários para se obter o fator kappa de Goldstein, κ . Uma boa aproximação para tal fator, que possui formulação explícita, é conhecido como o fator de correção de ponta de Prandtl f . Neste caso, considera-se que:

$$\kappa = f \quad (2.47)$$

$$f = \frac{2}{\pi} \arccos \left(\exp \left[-\frac{n \left(1 - \frac{2r}{D_p} \right)}{2 \sin \beta_t} \right] \right) \quad (2.48)$$

Através de relações geométricas da Fig.(10), a velocidade resultante v_b em uma seção de distância r do eixo é dada por:

$$v_b = \omega r \frac{\cos \epsilon_i}{\cos \epsilon_\infty} \quad (2.49)$$

A relação da sustentação local e seu coeficiente de sustentação do perfil, utilizando a formulação de velocidade resultante v_b da Eq.(2.49), resulta em:

$$l = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 \left(\frac{\cos \epsilon_i}{\cos \epsilon_\infty} \right)^2 c_b c_l \quad (2.50)$$

O teorema de Kutta-Joukowski, utilizado a formulação da sustentação local da Eq. (2.50) resulta em:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \omega r_b c_b c_l \frac{\cos \epsilon_i}{\cos \epsilon_\infty} \quad (2.51)$$

Relacionando a circulação determinada na Eq.(2.51) com o equacionamento de Goldstain, na Eq.(2.46), utilizando o fator de correção de Prandtl, obtém-se:

$$\frac{nc_b}{16r} c_l - \arccos \left(\exp \left[-\frac{n \left(1 - \frac{2r}{D_p} \right)}{2 \sin \beta_t} \right] \right) \tan \epsilon_i \sin (\epsilon_\infty + \epsilon_i) = 0 \quad (2.52)$$

2.4 Massa específica do ar

Para determinar a massa específica do ar, utilizam-se cálculos psicométricos. A pressão de vapor, em kPa, para temperaturas no intervalo de 0 °C a 50 °C é dado pela equação polinomial representado na Eq.(2.53):

$$p_v = \sum_{i=0}^6 C_i T^i \quad (2.53)$$

no qual T é a temperatura em °C e os coeficientes C_i dados pela tabela abaixo:

A seguir, calcula-se a umidade relativa específica, $\bar{\phi}$ em função da pressão de vapor p_v , da umidade relativa ϕ (valor entre zero e um) e da pressão atmosférica p .

$$\bar{\phi} = \frac{0.622 \phi p_v}{p - \phi p_v} \quad (2.54)$$

A massa específica do ar é determinado através da temperatura do bulbo seco, ou simplesmente a temperatura T , da umidade relativa específica $\bar{\phi}$ e da pressão atmosférica p .

$$\frac{1}{\rho} = \frac{0.287055 (T + 273.16)}{p} \left(1 + \frac{\bar{\phi}}{0.622} \right) \quad (2.55)$$

Caso a umidade relativa não esteja disponível, é possível calcular a massa específica com a adição da informação da temperatura de bulbo úmido T_{BU} . Neste caso, primeiro, considera-se inicialmente que a umidade relativa é igual a 1 e, portanto, tem-se:

$$\bar{\phi}_{BU} = \frac{0.622 p_v}{p - p_v} \quad (2.56)$$

A umidade relativa específica é calculado da forma a seguir:

$$\bar{\phi} = \frac{(2501 - 2.3810 T_{BU}) \bar{\phi}_{BU} - 1.0048 (T - T_{BU})}{2501 - 1.8050 T - 4.1868 T_{BU}} \quad (2.57)$$

De posse da umidade relativa específica calculado sem a umidade relativa na Eq.(2.57), o volume específico é calculado de forma similar, entrando com os valores de pressão atmosférica, temperatura de bulbo seco e umidade específica na Eq.(2.55).

2.5 Aerodinâmica do pós-estol

Na raiz, há grandes variações de ângulo de ataque para os intervalos usuais de operação, devido ao baixo raio de rotação. Este feito faz com que a influência da velocidade de avanço seja maior, alterando de forma maior o ângulo de ataque, se comparado com a mesma velocidade de rotação em regiões de ponta-de-asa. Portanto, apesar de poder alterar a incidência nestas regiões, devido à grande amplitude de ângulos de ataque, é comum ocorrer o estol.

A teoria do elemento de pá trata cada estação de forma independente, usando dados de perfis obtidos através de análises bidimensionais. O efeito do estol é tridimensional e deve-se aplicar uma correção para utilizar a teoria do elemento de pá, de forma a compensar utilizar aplicações bidimensionais em um efeito tridimensional.

Dois modelos de previsão de comportamento aerodinâmico pós-estól serão analisados, ambos embasados em correlações empíricas: o modelo proposto por Spera [12]; e o modelo proposto por Lindenburg [13].

2.5.1 Modelo de Spera

O primeiro, de Spera [12], divide coeficientes aerodinâmicos em duas regiões, a de pré-estol e a de pós-estol (aqui, serão denominados através do índice $_{[pré]}$ e $_{[pós]}$). Tais divisões ficam claras nas Fig.(11) e Fig.(12), no qual a forma de curva muda em regiões de pré e pós estol. Entretanto, apesar apresentar comparativos com dados obtidos empiricamente e boa correlação, não há um modelo para determinar o coeficiente de momento de arfagem do perfil. Para uma análise de hélice infinitamente rígida, o coeficiente de momento de arfagem do perfil não é necessário para determinação de desempenho de um conjunto motopropulsor.

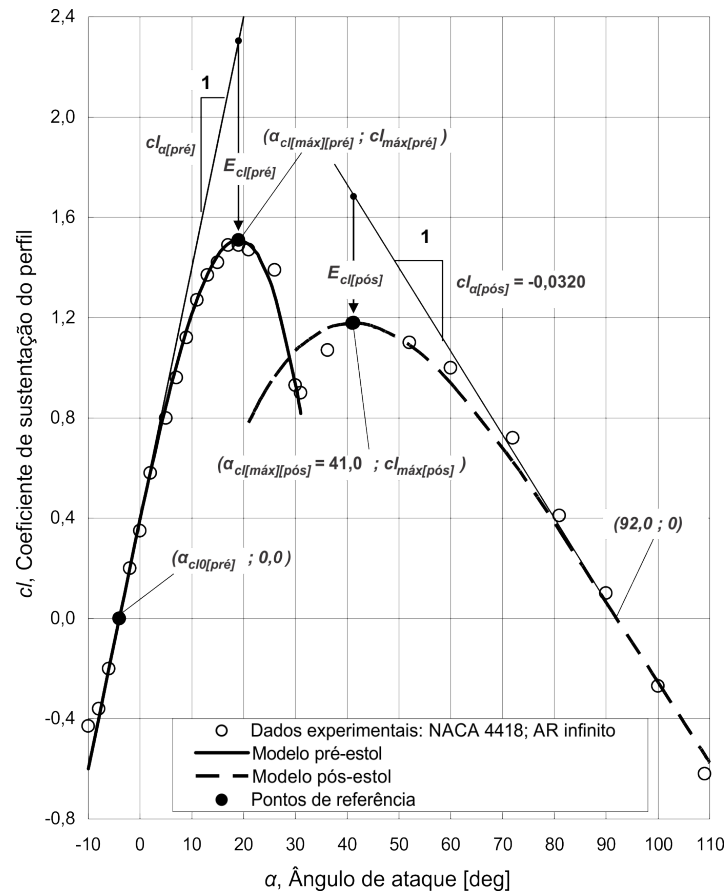


Figura 11 – Variação do coeficiente de sustentação do perfil em função do ângulo de ataque. Extraído de [12] e adaptado

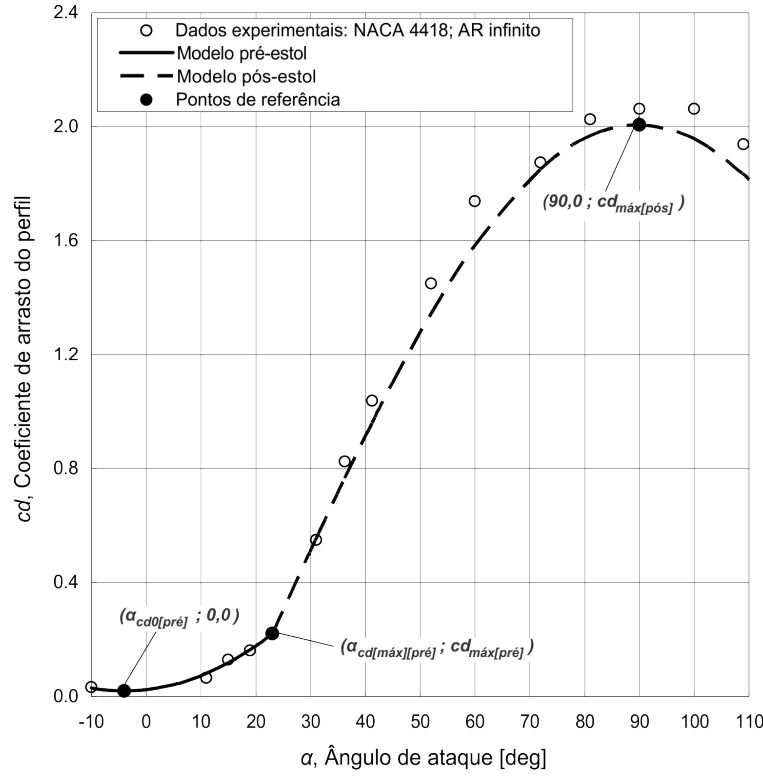


Figura 12 – Variação do coeficiente de arrasto do perfil em função do ângulo de ataque. Extraído de [12] e adaptado

Observa-se que o comportamento da sustentação no pré-estol, Fig. (11), tem um comportamento linear e, na proximidade do ângulo de estol, dado por $\alpha_{cl[máx][pré]}$, a sustentação se afasta do modelo linear. No ângulo de estol, a diferença entre a sustentação real e uma suposta sustentação através do modelo linear é dado por E_{cl} . Spera [12] apresenta modelos para obter a curva de sustentação e arrasto na região do pré-estol mas, nesta região, serão utilizados as curvas obtidas através do Xfoil devido boa reputação dos resultados obtidos e comparados com os experimentais.

Para a região de pós-estol, $\alpha > \alpha_{cl[máx][pré]}$, os coeficientes de sustentação e arrasto são dados pelas Eq.(2.58) e Eq.(2.59). Apesar de ser a região de pós-estol, a curva do modelo de pré-estol continua após o ângulo de estol.

$$cl = \max \left(cl_{[pré]}, cl_{[pós]} \right) \quad (2.58)$$

$$cd = \max \left(cd_{[pré]}, cd_{[pós]} \right) \quad (2.59)$$

Pré-estol

Para ângulos de ataque $\alpha \geq \alpha_{cl0[pré]}$:

$$cl_{[pré]}(\alpha) = cl_{\alpha[pré]}(\alpha - \alpha_{cl0[pré]}) - E_{cl[pré]} \left(\frac{\alpha - \alpha_{cl0[pré]}}{\alpha_{cl[máx]}[pré] - \alpha_{cl0[pré]}} \right)^{N_{[pré]}} \quad (2.60)$$

Para ângulos de ataque $\alpha < \alpha_{cl0[pré]}$:

$$cl_{[pré]}(\alpha) = cl_{\alpha[pré]}(\alpha - \alpha_{cl0[pré]}) + E_{cl[pré]} \left(\frac{\alpha_{cl0[pré]} - \alpha}{\alpha_{cl[máx]}[pré] - \alpha_{cl0[pré]}} \right)^{N_{[pré]}} \quad (2.61)$$

No qual:

$$E_{cl[pré]} = cl_{\alpha[pré]}(\alpha_{cl[máx]}[pré] - \alpha_{cl0[pré]}) - cl_{máx}[pré] \quad (2.62)$$

$$N_{[pré]} = 1 + \frac{cl_{máx}[pré]}{E_{cl[pré]}} \quad (2.63)$$

Para ângulos de ataque no intervalo $(2\alpha_{cl0[pré]} - \alpha_{cd[máx]}[pré]) \leq \alpha \leq \alpha_{cd[máx]}[pré]$:

$$cd_{[pré]} = cd_{0[pré]} + (cd_{máx}[pré] - cd_{0[pré]}) \left(\frac{\alpha - \alpha_{cl0[pré]}}{\alpha_{cl[máx]}[pré] - \alpha_{cl0[pré]}} \right)^M \quad (2.64)$$

no qual M é um valor, usualmente em torno de 2,0 que é obtido através de um ajuste com valores empíricos.

Pós-estol

Na região pós-estol, os valores de sustentação máximo, $cl_{máx}[pós]$, e arrasto máximo, $cd_{máx}[pós]$, são dados, respectivamente:

$$cl_{máx}[pós] = f_1 f_2 \quad (2.65)$$

$$cd_{máx}[pós] = g_1 g_2 \quad (2.66)$$

$$f_1 = 1,190 \left[1 - (t/c)^2 \right] \quad (2.67)$$

$$f_2 = 0,65 + 0,35 \exp \left[- \left(\frac{9,0}{AR_p} \right)^{2,3} \right] \quad (2.68)$$

$$g_1 = 2,3 \exp \left\{ - [0,65 (t/c)]^{0,90} \right\} \quad (2.69)$$

$$g_2 = 0,52 + 0,48 \exp \left[- \left(\frac{6,5}{AR_p} \right)^{1,1} \right] \quad (2.70)$$

Obtidos os coeficientes de sustentação e arrasto máximos na região pós-estol, é possível equacionar o comportamento dos coeficientes em questão em função do ângulo de ataque e outras propriedades.

$$cl_{[pos]}(\alpha) = -0,032(\alpha - 92,0) - E_{cl[pós]} \left(\frac{92,0 - \alpha}{51,0} \right)^{N_{[pós]}} \quad (2.71)$$

No qual:

$$E_{cl[pós]} = 1,632 - cl_{max[pós]} \quad (2.72)$$

$$N_{[pós]} = 1 + \frac{cl_{máx[pós]}}{E_{cl[pós]}} \quad (2.73)$$

Para a variação do coeficiente de arrasto na região do pós-estol, tem-se:

$$cd_{[pos]}(\alpha) = cd_{máx[pré]} + (cd_{max[pós]} - cd_{máx[pré]}) \sin \left(90,0 \frac{\alpha - \alpha_{cd[máx][pré]}}{90,0 - \alpha_{cd[máx][pré]}} \right) \quad (2.74)$$

2.5.2 Modelo de Lindenburg

O modelo de Lindenburg [13] apresenta outra técnica empírica para determinação de coeficientes aerodinâmicos para altos ângulos de ataque, baseado na forma do bordo de ataque.

2.6 Aerodinâmica compressível

Para o número de Mach menor que 0,3 o fluido escoar em baixa velocidade, podendo ser considerado incompressível. A aeronave que conterà a hélice é de pequeno porte e sua velocidade máxima, em torno de 30 m/s, está afastado do número Mach 0,3, podendo ser considerado como fluido incompressível. Ou seja, a velocidade de avanço da hélice está afastado do número Mach 0,3. Entretanto, devido à elevada rotação da hélice, é comum o número de Mach superior à 0,3 nas proximidades da ponta, não devido ao avanço, mas sim à velocidade tangencial.

Para demonstrar o efeito de compressibilidade em uma hélice típica do aerodesign, serão utilizados os valores aproximados das atuais condições de operação do conjunto motopropulsor. Como visto, a velocidade de avanço se afasta dos efeitos de compressibilidade

e, portanto, para esta análise meramente demonstrativa, será considerado apenas a velocidade tangencial. Assim, assumindo uma hélice de diâmetro 0,3 m sob rotação de 12 500 rpm, rotação típica em velocidade de avanço nula. Assumindo a velocidade do som como 340 m/s, a velocidade para Mach de 0,3 é em 102 m/s. Tal velocidade é atingida em 0,08 m do eixo, ou seja, em aproximadamente 52% da envergadura da pá. Portanto, nota-se que desconsiderar efeitos de compressibilidade para uma hélice típica do aerodesign é um equívoco, já que, segundo o cálculo rapidamente desenvolvido neste parágrafo, metade da pá está em regime compressível.

Anderson [14] apresenta três fórmulas para corrigir os efeitos de compressibilidade dos coeficientes de sustentação e de momento de arfagem de um perfil. A primeira é a correção de compressibilidade de Prandtl-Glauert. Definindo o fator de Prandtl-Flauert β na Eq.(2.75), o coeficiente de pressão sob o efeito de compressibilidade se relaciona com o coeficiente obtidos de forma incompressível, $cp_{[inc]}$, conforme Eq.(2.76). Todas as fórmulas apresentadas são válidas apenas enquanto o escoamento for subsônico.

$$\beta^2 = 1 - M_\infty^2 \quad (2.75)$$

$$cp = cp_{[inc]}\beta^{-1} \quad (2.76)$$

Para fluido invíscido, a sustentação e o momento de arfagem são obtidas através da integral da distribuição de pressão. Portanto, a relação entre os coeficientes de sustentação e de momento, considerando efeitos de compressibilidade do fluido são mostrados nas Eq.(2.77) e Eq.(2.78), respectivamente.

$$cl = cl_{[inc]}\beta^{-1} \quad (2.77)$$

$$cm = cm_{[inc]}\beta^{-1} \quad (2.78)$$

Outros modelos para correção dos efeitos da compressibilidade surgiram principalmente devido ao desenvolvimento aeronáutico durante a Segunda Guerra Mundial. A regra de Karman-Tsien, mais nova que a de Prandtl-Glauert, é apresentada na Eq.(2.79).

$$cp = cp_{[inc]} \left(\beta + \frac{cp_{[inc]}}{2} \frac{M_\infty^2}{1 + \beta} \right)^{-1} \quad (2.79)$$

A regra de Laitone, outro modelo mais novo que os dois anteriormente citados, é apresentada na Eq.(2.80).

$$c_p = c_{p[inc]} \left(\beta + c_{p[inc]} \frac{M_\infty^2}{2\beta} \left(1 + M_\infty^2 \frac{\gamma - 1}{2} \right) \right)^{-1} \quad (2.80)$$

A Fig.(13) mostra o comparativo dos três modelos apresentados com valores empíricos do NACA 4412.

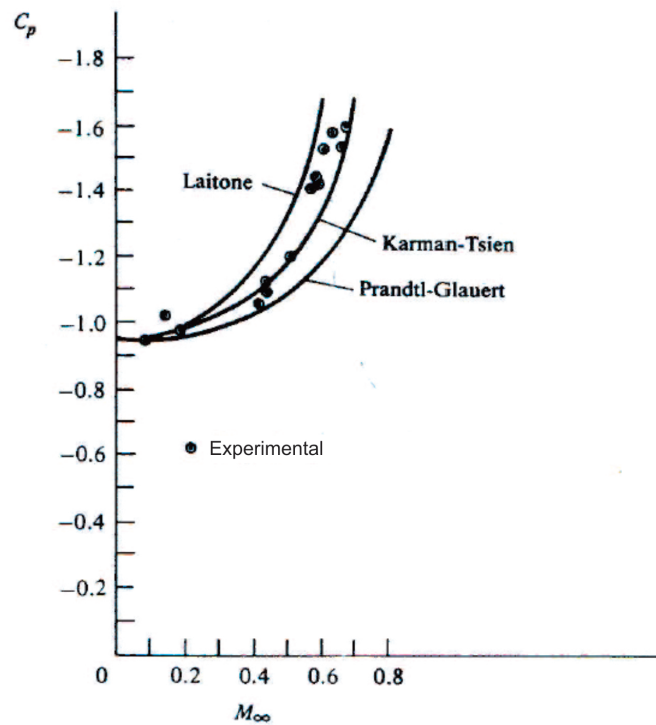


Figura 13 – Modelos de Prandtl-Glauert, Karman-Tsien e Laitone comparados com resultados experimentais do perfil NACA 4412, em ângulo de ataque $\alpha = 1^\circ 53'$. Extraído de Anderson [14] e adaptado

Apesar da simplicidade do modelo de Prandtl-Glauert, que é baseada na teoria linear (a dedução da equação, mostrando a utilização da teoria linear, pode ser encontrada em Anderson [14]), observa-se que o modelo subestima o valor do coeficiente de pressão, se comparado com outros modelos e valores empíricos. Para este trabalho, será utilizado o modelo de Karman-Tsien por apresentar, segundo a Fig.(13), resultados intermediários entre os modelos.

Percebe-se que os coeficientes de sustentação e de momento de arfagem aumentam com o aumento do número de Mach, o que é um atrativo, pois, por parte do aumento do coeficiente de sustentação, tem-se um aumento na tração. O coeficiente de arrasto tem pequena variação com o número de Mach, como observa [CITAR] quando subsônico.

Um fólio gerando sustentação tem seu extradorso velocidades maiores comparado com a velocidade ao longe. Desta forma, tem-se uma região de baixa pressão, gerando desta forma o efeito da sustentação. Para uma velocidade ao longe próxima do sônico, mas ainda subsônico, ocorre o efeito chamado de divergência do arrasto. Neste ponto, mesmo que a velocidade ao longe seja subsônica, há regiões no aerofólio com velocidades subsônicas, quebrando a barreira do som e aumentando consideravelmente o arrasto, como pode-se observar na Fig.(colocar). Na segunda década de 1930, engenheiros, já com o conhecimento da fórmula de Prandtl-Glauert, que se tem seus coeficientes tendendo ao infinito no $Mach = 1$, e observando o aumento acentuado do arrasto com a proximidade, realmente acreditaram que o arrasto divergia, isto, que o $Mach = 1$ era uma barreira física, que algum objeto não poderia se locomover com velocidade maior que a do som no ar. Somente na década de 40, com experimentos com túneis de vento transônicos, conclui-se que o arrasto decrescia depois da barreira do som.

A divergência do arrasto, ou seja, aumento do arrasto devido à quebra da velocidade do som em alguma região do aerofólio, em sua maioria no extradorso, foi considerada, na como, de fato, uma divergência, uma barreira física que algum objeto poderia se locomover no ar. Depois, notou-se que a barreira do som pode ser quebrada e que o arrasto não tende ao infinito na proximidade da velocidade sônica.

A sustentação tem queda na velocidade de divergência do arrasto. Assim, não é desejável operar alguma região da pá nestas condições, uma vez que o arrasto pode ser menor e a sustentação maior em uma velocidade mais baixa. Para contornar este problema, aeronaves comerciais, que não viajam em velocidades transônicas, enflexam suas asas, inclinando-as para trás. Este artifício foi sugerido por CITAR e sua história pode ser encontrada também em [14]. A velocidade do escoamento de uma seção da asa enflexada é sua decomposição da velocidade ao longe pelo ângulo de enflexamento. Aplicar tal efeito em hélices tem sugestão na Fig. Este artifício será utilizado como um dos parâmetros para otimização.

2.7 Fluidodinâmica computacional

2.7.1 Continuidade

A equação da continuidade representa o princípio físico que a massa não pode ser criada ou destruída. A aplicação do teorema de transporte de Reynolds partindo deste princípio para um volume de controle genérico e sua respectiva superfície de controle é apresentada na Eq. (2.81).

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \rho dV + \iint_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.81)$$

Segundo [14], tendo em vista que o volume de controle é fixo no espaço, a derivada em função do tempo pode ser alocada para dentro da integral tripla, isto é:

$$\iiint_{VC} \frac{\partial}{\partial t} \rho dV + \iint_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.82)$$

Aplicando o teorema divergente na Eq. (2.82) e juntando os termos dentro de uma única integral tripla:

$$\iiint_{VC} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} \right] dV = 0 \quad (2.83)$$

Uma possibilidade de solução é o qual a integral sobre regiões dentro do volume de controle resultam em valores positivos e outras, negativas, de forma que a soma seja nula. Entretanto, o volume de controle foi escolhido de forma genérica e tal igualdade seria desfeita se fosse escolhida justamente as regiões cuja integral resultaria em valores não nulos. Portanto, a solução da equação é que o termo dentro da integral é nulo, representado na Eq. (2.84).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0 \quad (2.84)$$

A Eq. (2.84) é conhecido como equação da continuidade na forma diferencial.

2.7.2 Quantidade de movimento

A equação da quantidade de movimento representa a aplicação da segunda lei de Newton aplicado à mecânica dos fluídos. Segundo a mesma, a somatória das forças externas é igual a variação da quantidade de movimento. Aplicando o teorema de transporte de Reynolds para um volume genérico, obtém-se a Eq. (2.85)

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \vec{v} \rho dV + \iint_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{s} = \sum F_{ext}^{\vec{v}} \quad (2.85)$$

Para fluídos, as forças são classificadas em dois grupos: forças de superfícies, tais como força de pressão, força de cisalhamento; e forças de corpo, tais como o peso, força eletromagnética e força de Coriolis. Para o presente trabalho, apenas a força peso, de pressão e de cisalhamento serão analisadas e utilizadas.

Força peso

O peso de um elemento infinitesimal na direção do eixo x é dado simplesmente pela Eq. (2.86)

$$dF_{W_x} = \rho g_x dx dy dz$$

$$dF_{W_x} = \rho g_x dV \quad (2.86)$$

Aplicando a um volume de controle, obtém-se a força peso no eixo x , Eq.(2.86).

$$F_{W_x} = \iiint_{VC} \rho g_x dV \quad (2.87)$$

Os demais eixos seguem o mesmo raciocínio, mas é comum alinhar um dos eixos do sistema de coordenadas com o vetor campo gravitacional. Alinhando-o com o eixo z , por exemplo, a componente da força peso nos demais eixos seriam nulos.

Força de pressão

Considerando um elemento de tamanhos infinitesimais dx , dy e dz , mostrados na Fig. (14) a força de pressão total no eixo x é dado pela série de Taylor da pressão aplicado às duas faces normais ao eixo. Assim, a força de pressão no eixo x é dado pela Eq. (2.88).

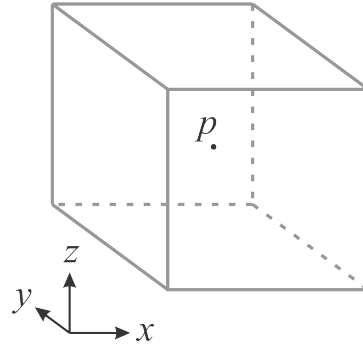


Figura 14 – Cubo de dimensões infinitesimais e pressão.

$$dF_{p_x} = - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) dydz + \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) dydz$$

$$dF_{p_x} = - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

$$dF_{p_x} = - \frac{\partial p}{\partial x} dV \quad (2.88)$$

Portanto, a soma das forças de pressão em x é dado pela integral em torno do volume de controle em consideração, dado na Eq. (2.89).

$$F_{p_x} = - \iiint_{VC} \frac{\partial p}{\partial x} dV \quad (2.89)$$

Força de cisalhamento

Da mesma forma, será considerado um elemento de tamanhos infinitesimais, mostrados na Fig (15). As tensões de cisalhamento, apesar de representados nas faces, representam os valores no centro do cubo. A figura mostra as tensões apenas nas faces para facilitar visualmente a componente e a aplicação de cada parcela. A tensão de cisalhamento na face é dado pela série de Taylor do valor no centro aplicado à face desejada. Assim, a força de cisalhamento no eixo x é dado pela soma das tensões em cada face, dado na Eq. (2.7.2)

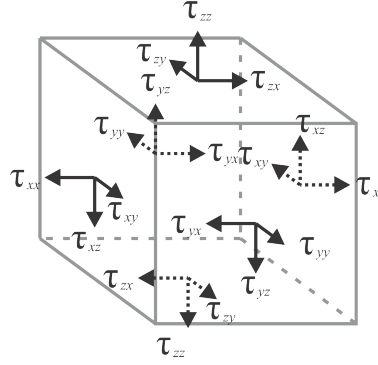


Figura 15 – Cubo de dimensões infinitesimais e tensões de cisalhamento aplicados à cada face.

$$\begin{aligned}
 dF_{s_x} &= \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) dydz - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} dx \right) dydz + \\
 &\quad \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) dx dz - \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} dy \right) dx dz + \\
 &\quad \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) dx dy - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) dx dy \\
 dF_{s_x} &= \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \\
 dF_{s_x} &= \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dV \tag{2.90}
 \end{aligned}$$

Portanto, a soma das forças de pressão em x é dado pela integral em torno do volume de controle em consideração, dado na Eq. (2.90).

$$F_{p_x} = \iiint_{VC} \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] dV \tag{2.91}$$

Demais eixos seguem o mesmo raciocínio.

Retomando à Eq. (2.85), aplicando as expressões da força de pressão, Eq (2.89), e da força de cisalhamento, Eq. (2.91), obtém-se a equação:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} \vec{v} \rho dV + \iiint_{SC} \vec{v} \rho \vec{v} \cdot d\vec{s} = - \iiint_{VC} \frac{\partial p}{\partial x} dV + \iiint_{VC} \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] dV \quad (2.92)$$

Seguindo o mesmo raciocínio demonstrado na equação da continuidade, aplica-se o teorema divergente e as integrais são juntadas em uma única integral tripla. Partindo do mesmo princípio, chega-se que a função dentro da integral deve ser nula. Desta forma, obtêm-se as equações da quantidade de movimento para os eixos x , y e z , respectivamente.

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_x \vec{v}) = \frac{\partial (-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x \quad (2.93)$$

$$\frac{\partial \rho v_y}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_y \vec{v}) = \frac{\partial (-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y \quad (2.94)$$

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_z \vec{v}) = \frac{\partial (-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \rho g_z \quad (2.95)$$

O meio no qual a hélice está imerso é o ar e, sendo gás, tem propriedades isotrópicas. Além disso, o ar é considerado como um fluido Newtoniano, no qual o cisalhamento na superfície é proporcional à taxa de deformação. Na taxa de deformação linear, o fluido é proporcional à primeira viscosidade dinâmica, μ e, para a taxa de deformação volumétrica, à segunda viscosidade, λ .

Utiliza-se o modelo *Reynolds-averaged Navier-Stokes equations*, no qual Versteeg [15] detalha sobre o método. As equações que regem o modelo RANS são apresentadas nas equações abaixo.

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_x \vec{v}) = & -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v_x'^2})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v_x' v_y'})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho v_x' v_z'})}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \vec{v} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] + \rho g \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_y \vec{v}) = & -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho v_x' v_y'})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v_y'^2})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho v_y' v_z'})}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \vec{v} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] + \rho g \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_z \vec{v}) = & -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial(\rho \overline{v'_x v'_z})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \overline{v'_y v'_z})}{\partial y} - \frac{\partial(\rho \overline{v_z'^2})}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot \vec{v} \right] + \rho g \end{aligned} \quad (2.98)$$

2.8 Análise estrutural

Antes de apresentar as equações que serão a base para as rotinas envolvendo estruturas, apresenta-se uma rápida revisão dos principais termos. Todas as equações são para estruturas isotrópicas, uma vez que deseja-se fabricar a hélice de sólida e de material homogêneo.

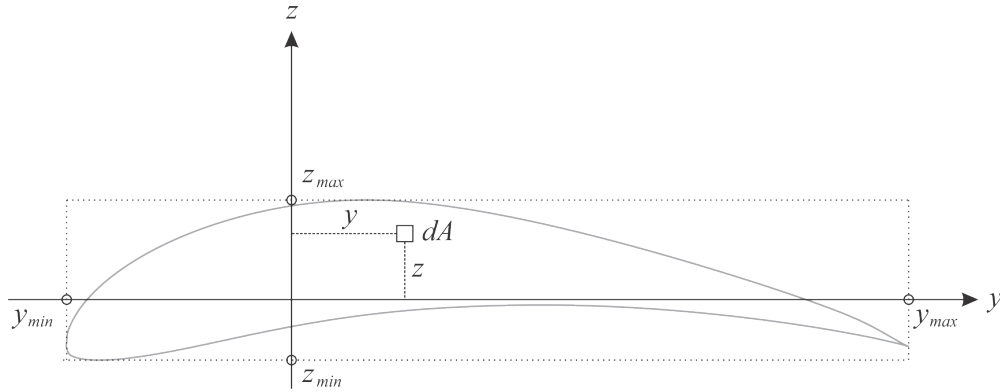


Figura 16 – Representação de uma seção transversal típica de uma pá e sistema de coordenadas genérico.

Segundo sistema de coordenadas representado na Fig.(16), define-se o momento estático, ou primeiro momento da área, para os eixos y e z , respectivamente, como:

$$Q_y = \int_A y dA \quad (2.99)$$

$$Q_z = \int_A z dA \quad (2.100)$$

O segundo momento de inércia, ou segundo momento da área, é definido como:

$$I_{yy} = \int_A y^2 dA \quad (2.101)$$

$$I_{zz} = \int_A z^2 dA \quad (2.102)$$

O momento centrífugo, ou, na área da mecânica, produto de inércia, é definido como:

$$I_{yz} = I_{zy} = \int_A yz dA \quad (2.103)$$

2.8.1 Força normal - centrífuga

A força normal externa ao longo da pá é resultado unicamente pela força centrífuga. Entende-se como força normal uma atuação perpendicular externa a uma secção transversal, ou paralelo ao eixo radial. Força externa se refere a uma força que é imposta já no sentido normal, uma vez que forças cortantes, tais como a própria tração, geram momentos fletores na pá, que impõem uma força normal.

Devido às altas rotações típicas de operações de hélices deste porte, deve-se analisar principalmente se a tensão de tração da raiz é inferior à tensão admissível do material, imposto já um fator de segurança a discutir.

Da física clássica, sabe-se que uma massa pontual δm distante r do eixo de rotação, sob velocidade angular ω , impõe uma força centrífuga F_{cf} denominada pela Eq.(2.104):

$$\delta F_{cf} = \delta m \omega^2 r \quad (2.104)$$

A força normal atuante em um ponto r ao longo da envergadura da pá, e, portanto, a função que define a curva do diagrama da força cortante, é dado integrando a contribuição de força centrífuga de todos os elementos de massa a partir do ponto em questão. Antes disso, o elemento infinitesimal de massa pode ser dado por:

$$dm = \rho A dx \quad (2.105)$$

no qual ρ é a massa específica do material, único ao longo da asa, S é a área da secção transversal da pá e dx o elemento infinitesimal da largura do elemento.

Definido a massa dm , a força normal atuante em ponto r é definido pela Eq.(2.106) abaixo.

$$N(r) = \rho \int_{x=r}^R A(x) \omega^2 x dx \quad (2.106)$$

A tensão de tração devido à força centrífuga somente é dado, portanto, pela Eq.(2.107):

$$\sigma_T(r) = \frac{N(r)}{A(r)} = \frac{\rho}{S(r)} \int_{x=r}^R S(x) \omega^2 x dx \quad (2.107)$$

2.8.2 Critério de falha

As seções da pá, por se tratarem de perfis aeronáuticos, não possuem eixos de simetria. Portanto, a formulação para a flexão composta oblíqua não pode ser usada. Deve-se adotar outra formulação que permita o uso de uma referência qualquer.

Utiliza-se a metodologia apresentada em detalhes em [16]. Combinando as hipóteses de Navier com a lei de Hooke, a tensão na secção é uma relação linear entre as distâncias de um sistema de referência qualquer:

$$\sigma = \alpha + \beta z + \gamma y \quad (2.108)$$

$$N = \int_S \sigma dS = \alpha A + \beta Q_y + \gamma Q_z \quad (2.109)$$

$$M_y = \int_S z \sigma dS = \alpha Q_y + \beta I_{yy} + \gamma I_{yz} \quad (2.110)$$

$$-M_z = \int_S y \sigma dS = \alpha Q_z + \beta I_{yz} + \gamma I_{zz} \quad (2.111)$$

Organizando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} S & Q_y & Q_z \\ Q_y & I_{yy} & I_{yz} \\ Q_z & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N \\ M_y \\ -M_z \end{pmatrix}$$

A resolução do sistema matricial resulta em:

$$\alpha = \frac{N(I_{yy} - I_{yz}^2) + M_y(Q_z I_{yz} - Q_y I_z) - M_z(Q_y I_{yz} - Q_z I_{yy})}{SI_{yy}I_{zz} + 2Q_y Q_z I_{yz} - I_{yy}Q_z^2 - I_{zz}Q_y^2 - SI_{yz}^2} \quad (2.112)$$

$$\beta = \frac{N(Q_z I_{yz} - Q_y I_{zz}) + M_y(SI_{zz} - Q_z^2) - M_z(Q_y Q_z - SI_{yz})}{SI_{yy}I_{zz} + 2Q_y Q_z I_{yz} - I_{yy}Q_z^2 - I_{zz}Q_y^2 - SI_{yz}^2} \quad (2.113)$$

$$\gamma = \frac{N(Q_y I_{yz} - Q_z I_y) + M_y(Q_y Q_z - SI_{yz}) - M_z(SI_{yy} - Q_y^2)}{SI_{yy}I_{zz} + 2Q_y Q_z I_{yz} - I_{yy}Q_z^2 - I_{zz}Q_y^2 - SI_{yz}^2} \quad (2.114)$$

A força normal N é detalhada na Sec.(2.8.1). Os momentos fletores M_y e M_z são obtidos através da integral de forças devido à sustentação e arrasto ao longo da pá.

Como critério de falha, utiliza-se o de Rankine, uma vez que as forças centrífugas e da própria sustentação ao longo da pá, resultam em altos valores de tensão de tração. Assume-se que não ocorrerá falha simplesmente se:

$$\sigma = \alpha + \beta z + \gamma y \leq \frac{\sigma_{limite}}{s} \quad (2.115)$$

no qual σ_{limite} é uma característica do material e s é o fator de segurança.

2.8.3 Deformação por torção

Perfis aerodinâmicos são sensíveis à torção, pois impactam diretamente no ângulo de ataque da mesma, alterando as propriedades de sustentação e arrasto. Sendo assim, deformações torcionais têm maior impacto na aeroelasticidade da pá que a deformação de flexa, por exemplo. Como dito anteriormente, somente as deformações torcionais serão consideradas para a determinação do desempenho de uma hélice aeroelástica. Demais propriedades serão apenas para garantir que o regime de operação esteja dentro do envelope de falha por fratura.

O objetivo desta seção para análise de desempenho é desenvolver uma rotina, cuja entrada são os momentos de torção. O resultado é a deformação angular da mesma. É claro que outras entradas são necessárias, mas estas são fornecidas pelo módulo de geometria (tais como corda, enflexamento, propriedades do material, módulo de elasticidade, entre outros).

A torção uniforme requer uma barra homogênea, com secção transversal constante ao longo do eixo. Com algumas ressalvas, serão utilizadas as teorias desenvolvidas por Saint-Venant para determinar a deformação angular.

Segue aqui os resultados mostrados com detalhes em [16] para a dedução da relação entre momento torsor e deformação angular. A deformação angular ϕ é dada pela equação abaixo:

$$\phi = \frac{TL}{GJ} \quad (2.116)$$

no qual T é o torque aplicado; L , o comprimento da barra; G , o módulo de elasticidade transversal do material do eixo, definido na Eq.(2.117); e J , o momento de inércia polar.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.117)$$

no qual E é o módulo de elasticidade longitudinal; e ν , o coeficiente de Poisson.

A seção de uma pá de hélice é um perfil aerodinâmico e, por não se tratar de uma seção circular, não pode ser imediatamente calculado através da Eq.(2.116). A expressão

para determinar uma aproximação da deformação angular de uma seção sólida qualquer é apresentada em [17]. A dedução da equação, bem como outras condições e cálculo de tensão de cisalhamento, não serão mostradas no presente relatório, mas podem ser obtidas através da citação original.

Segundo [17], a rotação específica ϕ' é dada pela Eq.(2.118).

$$\phi' = \frac{T}{GA^2} \oint_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2} \frac{1}{r \cos(\theta - \angle \vec{n})} d\theta \quad (2.118)$$

no qual A é a área da seção transversal e demais variáveis são explicadas com o auxílio da Fig.

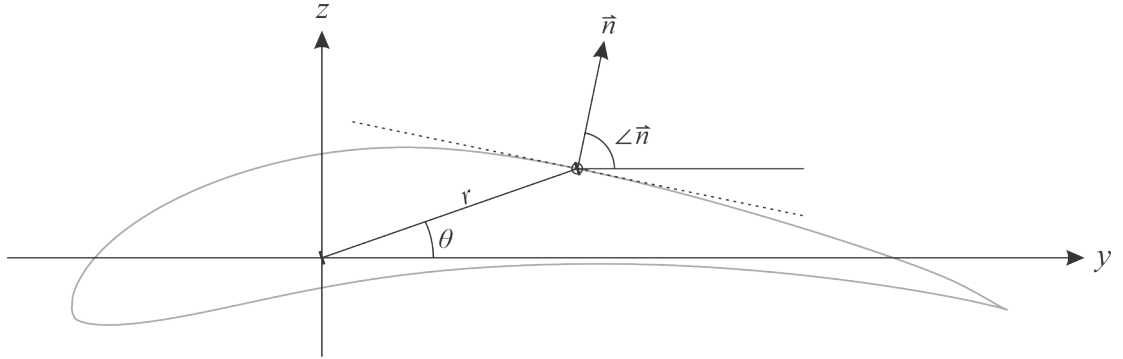


Figura 17 – Representação da distância ao centro r e ângulo normal $\angle \vec{n}$ em um perfil aerodinâmico

Devido às restrições da Eq.(2.116), divide-se uma pá em diversos segmentos de largura L , às vezes variados, e considera-se válidas as hipóteses de forma a permitir o uso da equação (de forma semelhante à segmentação que é feito na parte aerodinâmica, Fig. (6)).

2.8.4 Centro elástico

Segundo Fung [19], o centro elástico é o ponto no perfil de forma que, se aplicado uma força perpendicular à corda, o perfil sofrerá apenas flexão. Nos demais pontos, ocorrerão torção e flexão do perfil. A Fig.(18) ilustra esquematicamente os efeitos do centro elástico.

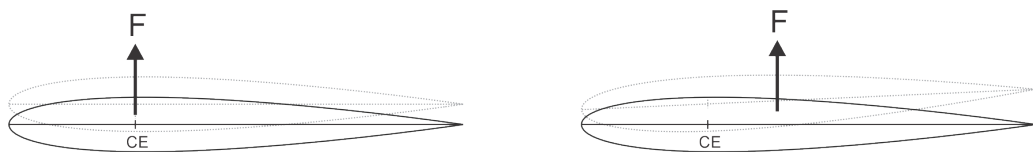


Figura 18 – Representação esquemática do centro elástico. Força aplicada no centro elástico (esquerda) e fora do centro elástico (direita)

De definição semelhante, demais referências de estruturas, tais como [16], [18] ou [20], definem como centro de cisalhamento. Neste trabalho, define-se como o mesmo ponto. Apesar de nomes diferentes, tratam do mesmo conceito. Um ponto em uma seção que, se aplicando uma força vertical, sofre apenas flexão.

Em um fórum de dúvidas, o autor autointitulado Archan Dave mostrou a deformação da seção em três pontos distintos de uma viga, sendo uma delas aplicada no centro de cisalhamento, como mostra a Fig.(18).

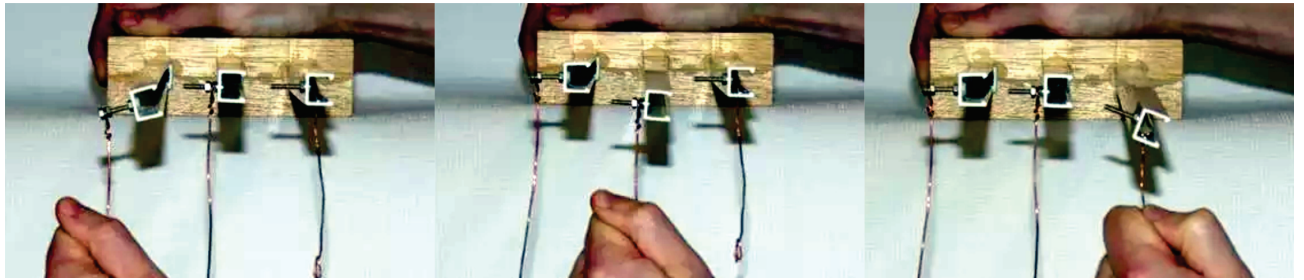


Figura 19 – Experimento mostrando a flexão e torsão da seção em três pontos distintos, sendo a figura central, no centro de cisalhamento. Extraído de <www.quora.com/What-are-methods-to-calculate-shear-center>

A Fig.(19) mostra também que o centro de cisalhamento e o centroide não são localizado no mesmo ponto: O caso mais à direita se aproxima do centroide e, neste, pode-se observar que ocorre torsão da viga.

A partir de livros básicos de estruturas, tais como [16] ou [20], o fluxo de cisalhamento f_σ devido à uma força cortante V_y é dado pela Eq.(2.119).

$$\Phi_\sigma = \frac{V_y Q_z}{I_{zz}} \quad (2.119)$$

O centro de cisalhamento é o ponto no qual o momento resultante devido às forças de cisalhamento nula. Tomando o perfil apresentado na Fig.(19) e esquematizando hipoteticamente (apenas para fins de exemplo) conforme apresentado na Fig.(20) e considerando a parede como espessura fina (espessura muito menor que outras dimensões, conceito discutido em [20]).

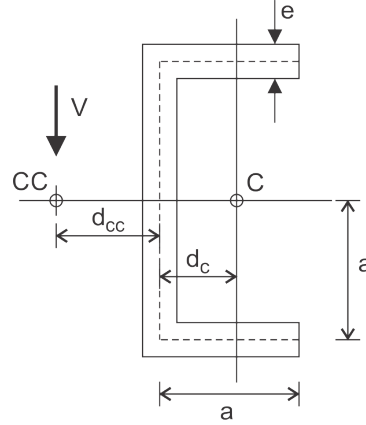


Figura 20 – Diagrama do perfil em C e dimensões

Por ser simétrico, sabe-se que o centro de cisalhamento está no eixo de simetria. Assim, resta encontrar a distância horizontal do centro, d_{CC} .

O centroide da seção é determinado de forma aproximada, considerando uma espessura pequena, como:

$$d_C = \frac{a}{4} \quad (2.120)$$

O segundo momento da área é:

$$I_{zz} = \frac{8}{3}a^3e \quad (2.121)$$

O fluxo de cisalhamento nas duas mesas são a mesma, apenas em sentidos opostos. Considerando um trajeto ao longo da linha neutra e a variável s como a que corre ao longo desta linha, iniciando na direita da figura (neste caso, tanto faz ser no topo direito ou no baixo direito da figura pois o fluxo de cisalhamento nas duas mesas são iguais), calcula-se o fluxo de cisalhamento das mesas $\Phi_{\sigma m}$.

$$\Phi_{\sigma m}(s) = V_y \frac{3}{8a^2} s \quad (2.122)$$

De forma semelhante, mas considerando que a variável s corre ao longo da linha neutra, mas inicia na junção superior (ou inferior, já que o perfil é simétrico) da mesa com a alma, calcula-se o fluxo de cisalhamento da alma $f_{\sigma a}$.

$$\Phi_{\sigma a}(s) = V_y \frac{3}{16a^3} (2a^2 + 2as - s^2) \quad (2.123)$$

Sabendo que a força de cisalhamento resultante é a integral do fluxo ao longo da linha, tem-se:

$$F_m = \int_0^a \Phi_{\sigma m}(s) ds = V_y \frac{3}{16} \quad (2.124)$$

$$F_a = \int_0^{2a} \Phi_{\sigma a}(s) ds = V_y \quad (2.125)$$

Como dito anteriormente, o centro de cisalhamento é o ponto no qual o momento resultante devido às forças de cisalhamento é nula. Assim, com os resultados obtidos, para o momento ser nulo:

$$M = F_m a + F_m a - F_a d_{CC} = 0 \quad (2.126)$$

$$d_{CC} = \frac{3}{8}a \quad (2.127)$$

Apesar de simplista, o exemplo mostrado anteriormente tem a função de mostrar a metodologia que será utilizada para achar o centro de cisalhamento, adotado como centro elástico para uso em rotinas aeroelásticas. Considerando a seção como um perfil de asa, este não representa nenhuma forma geométrica básica e trivial, será realizado integrações numéricas de forma a obter o centroide e o segundo momento de área.

Depois, deve-se determinar o fluxo de cisalhamento. O procedimento adotado anteriormente tem como hipótese de espessura fina, o que não ocorre num perfil de asa sólido que não contém paredes finas. Por se tratar de uma geometria não convencional, o perfil de asa será simplificado a uma única linha, o arqueamento médio, que divide o intradorso e o extradorso em partes iguais. A Fig.(21) mostra a curva do arqueamento médio em tracejado. Tal curva será considerada de espessura fina, podendo assim utilizar a metodologia adotada anteriormente, mas variável.

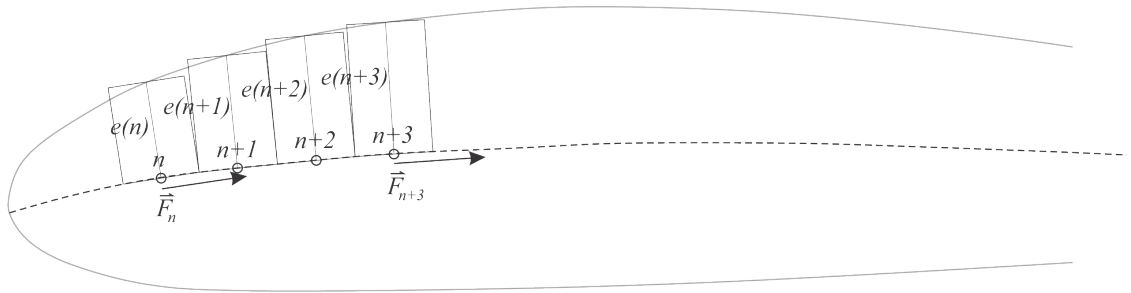


Figura 21 – Esquema da divisão do arqueamento médio para cálculo do centro de cisalhamento em um perfil de asa

Analisado de forma discreta, divide-se o arqueamento médio em vários segmentos. Cada segmento tem um ponto de referência, denotado na Fig.(21) como $n, n + 1, n + \dots$ e uma espessura $e(n)$ em função do ponto de referência. Cada divisão é aproximada por um retângulo (Na Fig.(21) está representado apenas a parte superior do retângulo) e, assim, pode-se calcular o fluxo de cisalhamento $\Phi_\sigma(n)$. Considerando que, em cada ponto de referência, o fluxo de cisalhamento se mantém constante e a força de cisalhamento é facilmente calculado. O vetor de força de cada ponto tem direção tangente à linha de arqueamento, como também pode-se observar na Fig.(21).

Diante dos vetores de força em cada divisão do arqueamento e relembrando da definição de momento nulo, obtém-se o centro de cisalhamento através da solução da Eq.(2.128). Chamando ponto do centro de cisalhamento como $O_{CC}^{\vec{}} = (x_{CC}; y_{CC})$, tem-se:

$$\sum_{i=1}^n O_{CC}^{\vec{}} \times \vec{F}_n = \vec{0} \quad (2.128)$$

3 Implementação numérica

3.1 Fluxograma da função de mérito para otimização

O processo para obter uma hélice otimizada passa por diversos sub-algoritmos. É conveniente dividir todo o processo de otimização em partes, de forma a entender melhor qual a função de cada sub-algoritmo, quais os parâmetros de entrada e os resultados da saída. Portanto, apresenta-se o caminho que o algoritmo de otimização caminha em forma de fluxogramas. Detalhamentos de blocos apresentados nessa seção em fluxogramas são encontrados na seção de Sub-algoritmos.

3.1.1 Fluxograma da otimização

O caminho da otimização pode ser representado de forma simplista através do fluxograma da Fig.(22).

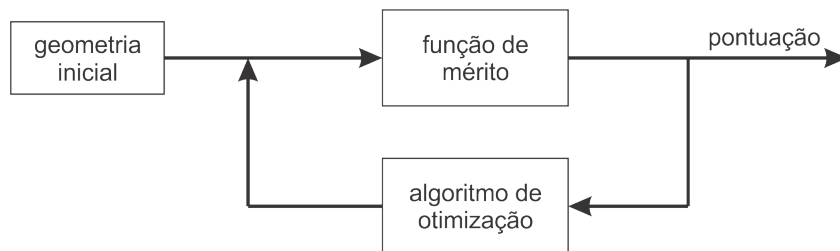


Figura 22 – Fluxograma da otimização

O termo geometria refere-se aos parâmetros que podem ser variados pelo algoritmo de otimização, de forma a poder obter uma representação completa da hélice.

Através de uma geometria inicial, isto é, um vetor chute inicial de geometria, o algoritmo passa por uma função de mérito. Dadas as condições geométricas, retorna uma pontuação, cujo desejo deste trabalho deseja-se maximizar. O algoritmo de otimização recebe a pontuação e, com base na evolução da pontuação e na sensibilidade dos parâmetros, toma a decisão da próxima geometria a ser testada. Cabe também ao algoritmo de otimização parar o loop.

Além dos valores recebidos de outros blocos, cada bloco possui um vetor de valores constantes, isto é, que não estão sob controle de parâmetros do otimizador que, por clareza às figuras, não foram representados. Exemplos são a massa específica do ambiente, números limites para os critérios de falhas, distância da pista da competição, coeficientes aerodinâmicos da aeronave, critério de convergência, etc.

Utiliza-se o software de otimização comercial, o ModeFrontier para desempenhar o bloco do algoritmo de otimização do fluxograma apresentado. Para utilizá-lo, é preciso desenvolver a função de mérito, isto é, dado uma geometria, retorne um valor de interesse a maximizar. O conteúdo dentro do bloco da função de mérito é apresentado na próxima seção, Sec(3.1.2).

3.1.2 Fluxograma da função de mérito

O bloco da função de mérito deve, dado um vetor geometria (isto é, vários valores referente à geometria), retornar um número único que representa o mérito do vetor geometria. Divide-se em três outros blocos, conforme ilustrado na Fig.(23).

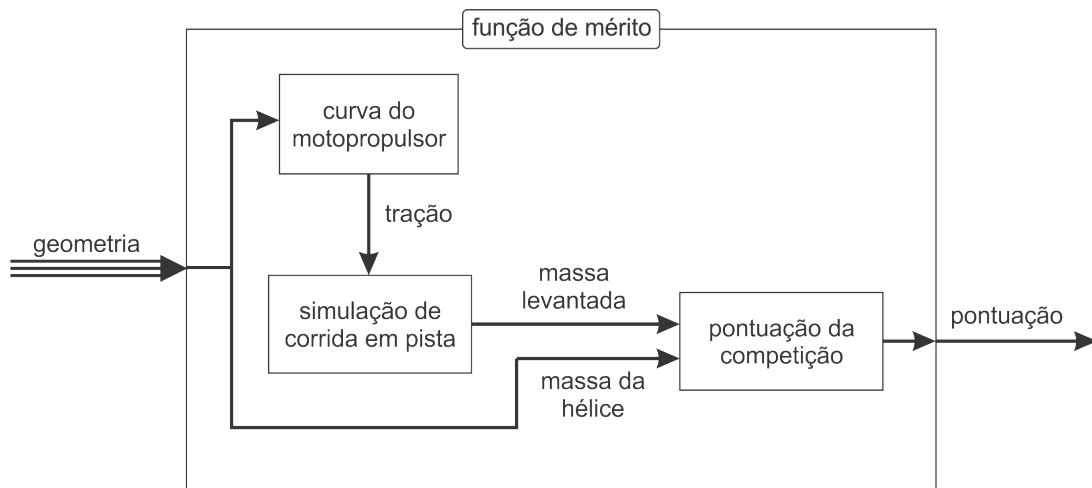


Figura 23 – Fluxograma da função de mérito

Primeiramente, deseja-se a curva do motopropulsor, isto é, a tração do conjunto motopropulsor em função da velocidade de avanço. Um exemplo do decaimento da tração é ilustrado na Fig.(24). Apesar de figura puramente ilustrativa, a ordem de grandeza do gráfico é coerente com o encontrado atualmente no aerodesign. O bloco da curva do motopropulsor, responsável por gerar a curva de decaimento, é apresentado detalhadamente na próxima seção, Sec.(3.1.3).

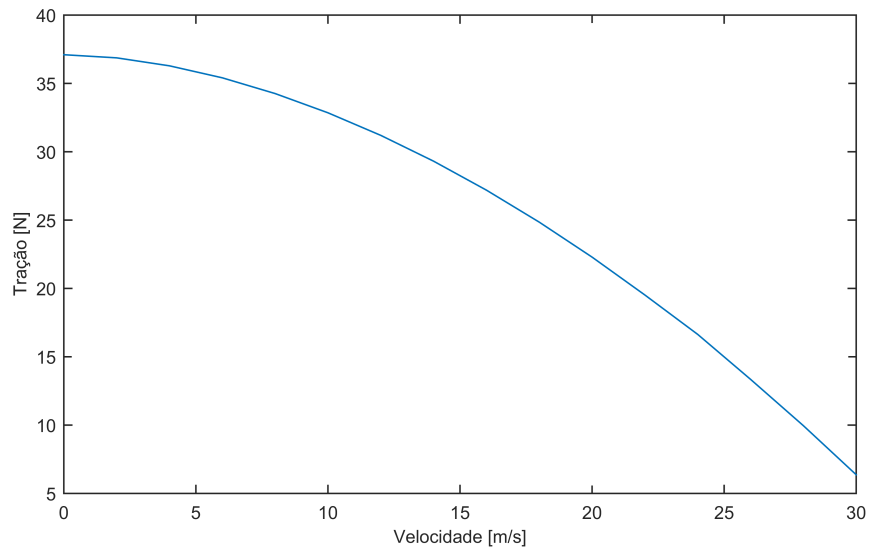


Figura 24 – Exemplo de decaimento da tração em função da velocidade de avanço

A curva será inserida dentro de um simulador de corrida em pista. Através da integração numérica das forças e momentos que atuam numa aeronave durante a corrida em pista, obtém-se a velocidade ao final da pista e máxima massa levantada. A Fig.(3), apresentada na primeira vez na seção Introdução, mostra um exemplo do resultado deste bloco. A formulação do simulador de corrida em pista é detalhada na Sec.(3.4).

Determinado a carga levantada, calcula-se a pontuação conforme o regulamento da competição estipula. Detalhes da formulação da pontuação é apresentado na Sec.(3.3). O peso da hélice deve ser incluído como peso vazio da aeronave. A função de mérito poderia ser a massa levantada mas, devido ao baixíssimo custo computacional de incluir os efeitos do peso da hélice, a função a ser otimizada é a pontuação estimada da competição de aerodesign.

3.1.3 Fluxograma da tração

Para gerar a curva de decaimento da tração com a velocidade de avanço, deve haver concordância entre o torque necessário da hélice e o torque disponível do motor. A Fig.(25) mostra o fluxograma simplificado do bloco.

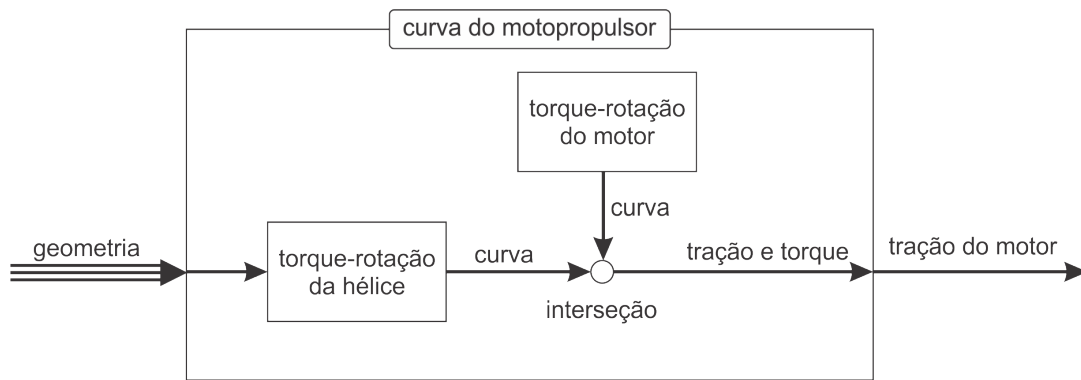


Figura 25 – Fluxograma da tração

Através de diversas curvas de torque-rotação e tração-rotação da hélice, no qual cada curva representa uma velocidade de avanço, faz-se a intersecção entre as curvas torque-rotação entre a hélice e o motor. Tal intersecção, bem como o detalhamento sobre a curva torque-rotação do motor, são apresentados na Sec.(.). O bloco da curva torque-rotação da hélice é explicado detalhadamente na próxima seção, Sec(3.1.4).

3.1.4 Fluxograma da curva de torque-rotação da hélice

A principal função do bloco de torque-rotação da hélice é testar diversas velocidades de rotação da hélice, a fim de formar uma curva de torque rotação, como esquematizado na Fig.(26). Deve-se obter tal curva para várias velocidades de avanço, a fim de obter várias curvas de torque-rotação da hélice, de forma a prever corretamente o decaimento da tração durante a corrida em pista.

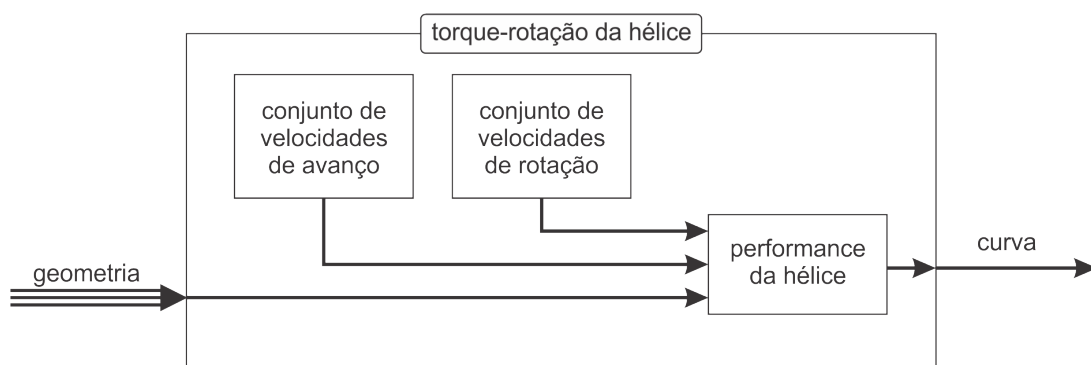


Figura 26 – Fluxograma da curva de torque-rotação da hélice

As curvas são geradas através de um conjunto de velocidades de avanço e outro de velocidade de rotação, com intervalos previamente estabelecidos. O bloco de performance da hélice tem como entrada o vetor geometria e um único valor de velocidade de avanço e outro único de rotação. A saída do bloco é a sua tração, um valor. Através da combinação dos possíveis valores de velocidade de avanço e rotação, sendo testados um de cada vez

através do bloco da performance da hélice, têm-se as curvas com várias trações e várias rotações, formando várias curvas de torque-rotação da hélice, no qual cada curva representa uma velocidade de avanço. Um exemplo é apresentado na Fig.(27), para as velocidades de avanço de 3, 4, 6, 8, 10 e 12 m/s. O bloco de performance da hélice é detalhado na Sec.(3.1.5).

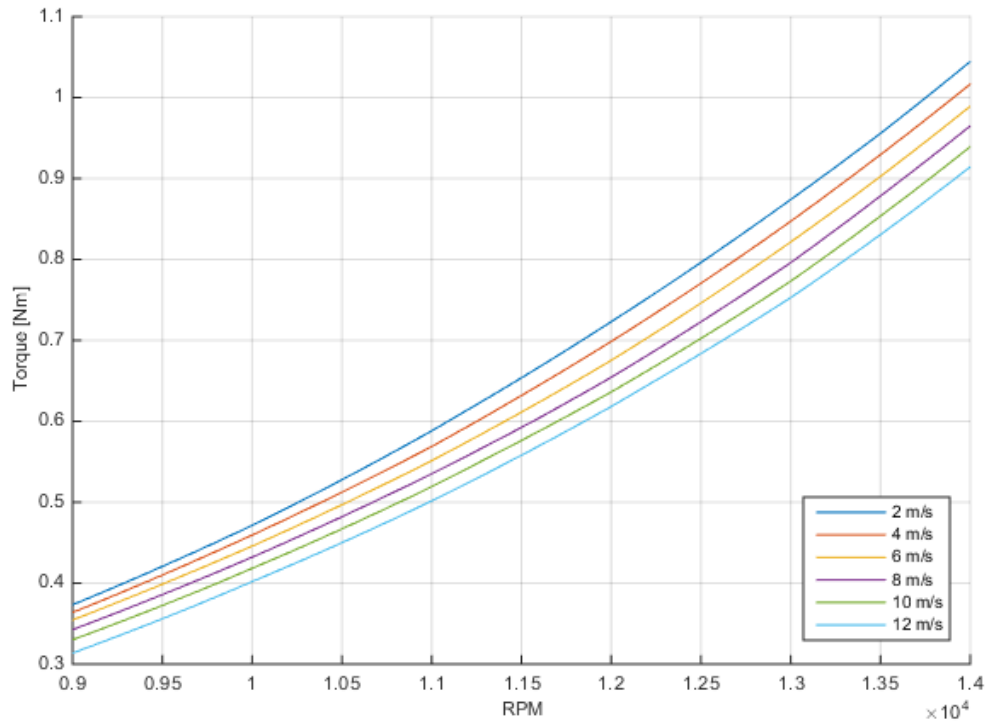


Figura 27 – Exemplo de curva torque-rotação em função da velocidade de avanço

3.1.5 Fluxograma da performance da hélice

O fluxograma da performance da hélice é o principal bloco do conjunto, que envolve a maior parte da formulação teórica previamente desenvolvida. As entradas são o vetor geometria, velocidades de rotação e avanço. O fluxograma esquemático do funcionamento é apresentado na Fig.(28).

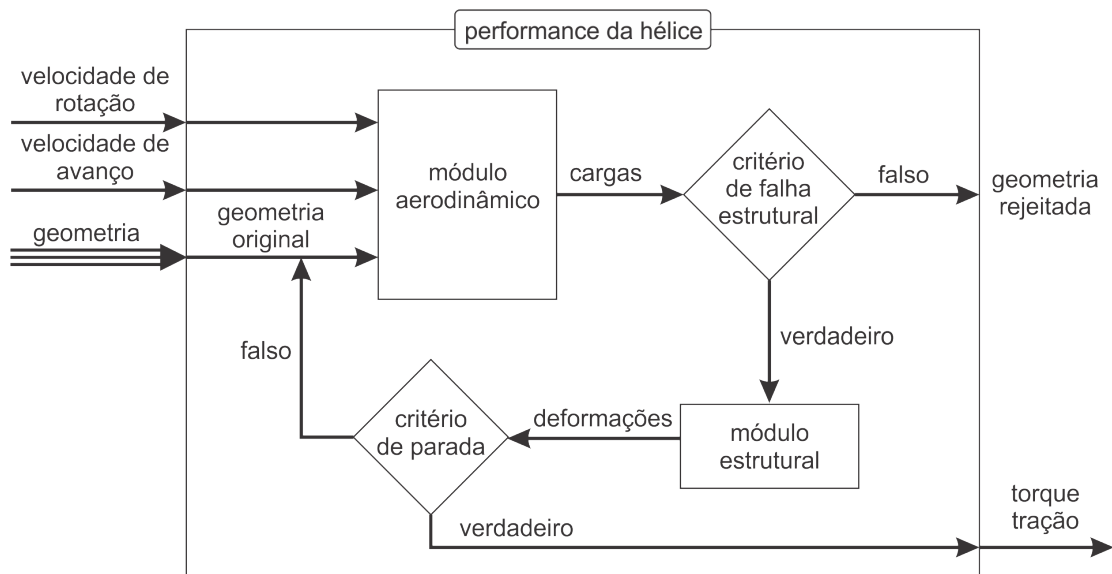


Figura 28 – Fluxograma da tração

Inicialmente, o módulo aerodinâmico recebe o vetor geometria, previamente definido pelo algoritmo de otimização, e as velocidades de rotação e avanço. A principal função do módulo aerodinâmico é gerar as cargas aerodinâmicas, forças de sustentação, arrasto e momento de arfagem ao longo da pá.

As cargas são analisadas em uma visão estrutural. Calcula-se as tensões de tração e cisalhamento, também levando-se em conta os efeitos centrífugos da rotação da hélice. Aplica-se um critério de falha, com margem de segurança, para verificar sua integridade estrutural.

Aprovado pelo critério de falha, as cargas seguem para o módulo estrutural. Apesar dos critérios estruturais preverem deformações nas direções axiais e radiais, estes têm poucos impactos aerodinâmicos, se comparados com a torção. Portanto, neste módulo, apenas a torção da hélice é calculada, resultando nas deformações angulares ao longo da pá.

Superfícies aerodinâmicas são muito sensíveis à variação em seu ângulo de ataque. Portanto, a nova geometria torcida retorna ao módulo aerodinâmico. Agora, com as mesmas velocidades de rotação e avanço, mas com geometria diferenciada, calculam-se novamente as novas cargas.

O critério de parada consiste em uma deformação angular dentro de um intervalo definido. Isto ocorre quando o torque devido à aerodinâmica é próximo ao torque resistivo da elasticidade torcional do material. O critério de falha é outra forma que faz o loop iterativo parar. Neste caso, a geometria é recusada e informada adequadamente ao algoritmo de otimização, de forma a se interpretar que uma condição limite foi violada.

3.2 Acoplamento motopropulsor

Em geral, a hélice irá fornecer maior tração quanto maior for a sua rotação. Para gerar tração, a hélice deve ser submetida a um torque necessário para sua rotação e, no caso apresentado, o motor de combustão interna é o responsável pela conversão de energia proveniente de sua combustão em torque para a hélice vencer as resistências aerodinâmicas de movimento.

Os motores também têm a relação de torque disponível variando pela velocidade angular da mesma. O conjunto motopropulsor irá operar na intersecção da curva de torque-rotação do motor e da hélice. Na Fig.(29), pontos de torque-rotação do motor RJL K.61 foram interpolados. Também, na figura, a hélice APC 13 x 4, largamente utilizado no aerodesign, também foi ilustrado. A curva torque-rotação da hélice é fornecido pelo fabricante. A curva do motor foi publicado na revista de aeromodelismo, podendo ser obtido em Model Airplane News [21]. Os pontos forneceram a interpolação para um polinômio de segundo grau, também mostrado na Fig. (29). Para esse conjunto motopropulsor, a operação se dará na rotação 12200 RPM.

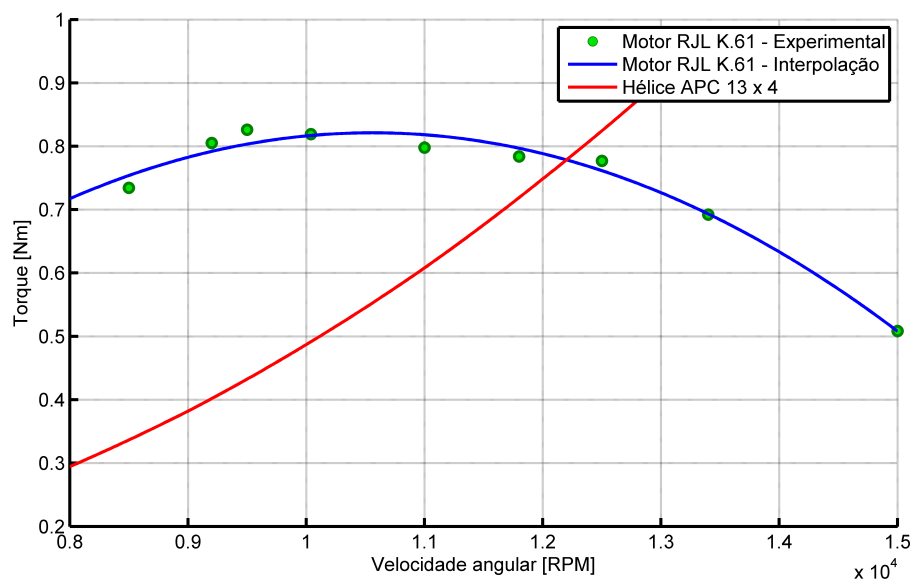


Figura 29 – Curva torque-rotação do motor RJL K.61 e hélice APC 13 x 4. Altitude-densidade 1000 m.

Foi escolhido o motor RJL K.61 para análise pois é o motor com mesmo volume de deslocamento do pistão (cilindrada) que outro usualmente utilizado no aerodesign, o Magnum XLS 61A. Curvas torque-rotação de motores tipo glow não são facilmente obtidas, nem por parte das informações de seus fabricantes, incluindo o motor Magnum XLS 61A. Apesar da substituição, os valores de rotação de operação para a hélice APC 13 x 4 obtido pela intersecção no gráfico são semelhantes aos valores observados experimen-

talmente. Acha-se o ponto de intersecção da curva do motor com o da hélice, obtendo o torque e rotação de equilíbrio. Com a rotação, determina-se facilmente a tração.

Para obter a intersecção da curva do motor com o da hélice de maneira rápida, inicialmente calcula-se o torque da hélice para uma rotação inicial fixa, 12000 RPM, valor usual de rotação. Obtendo o torque requisitado, é determinado o coeficiente de torque, K_Q conforme Eq.(2.3). Como dito, a curva de torque do motor foi interpolada por um polinômio do segundo grau, de coeficientes do polinômio $a_{RLJK.61}$, $b_{RLJK.61}$ e $c_{RLJK.61}$, e, assim, a intersecção é facilmente obtida, Eq.(3.2).

$$\rho \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^2 K_Q D_p^5 = a_{RLJK.61} \omega^2 + b_{RLJK.61} \omega + c_{RLJK.61} \quad (3.1)$$

$$\omega = \frac{-b_{RLJK.61} + \sqrt{-b_{RLJK.61}^2 - 4 \left(a_{RLJK.61} - \rho \frac{1}{4\pi^2} K_Q D_p^5 \right) c_{RLJK.61}}}{2 \left(a_{RLJK.61} - \rho \frac{1}{4\pi^2} K_Q D_p^5 \right)} \quad (3.2)$$

Apenas uma solução, a maior, foi escolhida, apresentada na Eq. (3.2), pois a menor solução corresponde à intersecção da curva de torque da hélice com o lado esquerdo da parábola da curva do motor. Este lado corresponde a um equilíbrio instável entre a hélice e o motor. Por exemplo, para uma pequena diminuição da rotação de equilíbrio, haverá um deficit de torque que o motor pode fornecer, reduzindo ainda mais a rotação até a condição de rotação nula. O contrário, um pequeno aumento da rotação de equilíbrio, causa uma sobra de torque disponível, aumentando gradativamente a rotação até o outro ponto da intersecção, justamente a maior solução da Eq.(3.1).

A Eq.(3.1) pode não ter solução real no caso do K_Q ser suficientemente grande. Em significados físicos, é requisitado muito torque para operar a hélice com tal rotação. Caso isto ocorra, é feita uma nova simulação com metade da rotação e o cálculo é refeito. Persistindo a solução não-real, a hélice é descartada por não poder operar de maneira eficiente com o dado motor.

Com uma nova rotação, repete-se o processo até que a diferença entre o torque necessário e o torque disponível em uma dada rotação esteja dentro de um valor de tolerância. Tendo sido aprovado neste critério, é determinado a rotação do conjunto motopropulsor.

3.3 Pontuação da competição

O objetivo do projeto é maximizar a pontuação de uma aeronave, com base no regulamento da competição SAE Brasil Aerodesign. Tal pontuação varia anualmente e, portanto, será tomado como base o regulamento da edição de 2014. A pontuação geral é composta por diversas pontuações. Serão considerados as pontuações de carga paga e

de eficiência estrutural, que são as diretamente afetados pelo conjunto motopropulsor. O mérito da hélice e, portanto, o valor P a maximizar é dado por:

$$P = P_{CP} + P_{EE} \quad (3.3)$$

No qual:

$$P_{CP} = 12,5 \times CP \quad (3.4)$$

$$P_{EE} = 15 \times EE^{0,3} \times \alpha^{0,5} \quad (3.5)$$

$$EE = \frac{CP}{PV} \quad (3.6)$$

Sendo:

P_{CP} : Pontuação de carga paga

P_{EE} : Pontuação de eficiência estrutural.

CP : Carga paga, em kg.

EE : Eficiência estrutural.

PV : Peso vazio, em kg. No ano de 2014, o peso vazio foi de 1,800 kg.

α : Fator relacionado com a nota de relatório. No ano de 2014, o fator obtido foi 0,884.

A hélice afeta a carga paga e o peso vazio da aeronave pelo sua própria massa, que desconta o valor de massa total levantada e, conseqüentemente, diminui a carga paga. Entretanto, a hélice otimizada pode mesmo ser de massa elevada, mas que tenha desempenho de forma a aumentar consideravelmente o valor da massa levantada. Cabe ao algoritmo de otimização definir a geometria da hélice que maximize a pontuação.

3.4 Massa levantada e carga paga

A massa levantada, a soma da carga paga e peso vazio, é a massa que a aeronave realiza a trajetória de uma volta e em seguida pousar de forma integra. Considera-se que a massa levantada é determinada somente na etapa de decolagem e subida sob os critérios a serem discutidos. Atendendo aos critérios, faz-se a hipótese que a aeronave consiga concluir sua trajetória com êxito.

Durante a corrida em pista, considera-se que a aeronave está sujeita às forças de sustentação (L), arrasto (D), peso (W), normal do trem de pouso principal (N_{tp}),

normal do trem de pouso dianteiro (N_b), atrito (R) e a força de tração (T). Os momentos de arfagem da asa e da cauda são acoplados em um único momento resultante (M). A Fig.(30) mostra, através de um diagrama de corpo livre, o esquema das forças e locais de atuação.

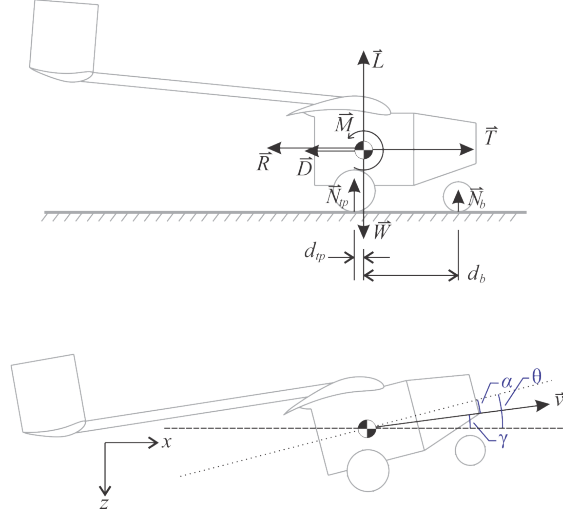


Figura 30 – Diagrama de corpo livre da aeronave na corrida em pista

Aplicando os teoremas do movimento do baricentro nos eixos x e z e do momento angular em y , têm-se:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (T \cos \theta - L \sin \gamma - D \cos \gamma + (N_{tp} + N_b) \mu_r) \quad (3.7)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} (-T \sin \theta + mg - L \cos \gamma - D \sin \gamma + N_{tp} + N_b) \quad (3.8)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_{yy}} (M_{CG} + N_{tp} d_{tp} + N_b d_b) \quad (3.9)$$

Sendo o grau de subida definido por:

$$\gamma = \arctan \frac{-\dot{z}}{\dot{x}} \quad (3.10)$$

O ângulo de ataque é formado pelo vetor velocidade e um referencial, como a linha da fuselagem. Assim, o equacionamento resulta em:

$$\alpha = \theta - \gamma \quad (3.11)$$

A magnitude da velocidade é dada por:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad (3.12)$$

Apesar da velocidade incidente nas superfícies aerodinâmicas estar sempre em aceleração, o equacionamento das forças e momento serão quasi-estáticos. Velocidades baixas resultam em um número de Reynolds mais baixo, alterando os coeficientes aerodinâmicos. Entretanto, outra hipótese é considerar que os coeficientes aerodinâmicos não variam em função do número de Reynolds. Portanto, as formulações de sustentação, arrasto e momento de arfagem são apresentadas abaixo:

$$L = \frac{1}{2}\rho v^2 S (CL_0 + CL_\alpha \alpha + CL_{\delta_e} \delta_e) \quad (3.13)$$

$$D = \frac{1}{2}\rho v^2 S \left(CD_0 + \frac{(CL_0 + CL_\alpha \alpha + CL_{\delta_e} \delta_e)^2}{\pi A Re} \right) \quad (3.14)$$

$$M_{CG} = \frac{1}{2}\rho v^2 S \bar{c} (CM_0 + CM_\alpha \alpha + CM_{\delta_e} \delta_e + CM_q \dot{\theta} + CM_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \quad (3.15)$$

Os coeficientes aerodinâmicos e geométricos citados na equação acima são fixos, uma vez que o objetivo do presente projeto é a otimização da hélice, apenas. Varia-se somente a massa, o momento de inércia e a força de tração.

Equacionado as forças e momentos atuantes, a evolução da aeronave durante a pista é obtido através da integração numérica das derivadas dos estados. Utiliza-se o método de Euler, apresentado abaixo. O critério de parada é acionado quando o estado de posição x da atinge o valor próximo ao limite de pista.

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ z_{i+1} \\ \theta_{i+1} \\ \dot{x}_{i+1} \\ \dot{z}_{i+1} \\ \dot{\theta}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ z_i \\ \theta_i \\ \dot{x}_i \\ \dot{z}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{z}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \ddot{x}(x_i, z_i, \theta_i, \dot{x}_i, \dot{z}_i, \dot{\theta}_i) \\ \ddot{z}(x_i, z_i, \theta_i, \dot{x}_i, \dot{z}_i, \dot{\theta}_i) \\ \ddot{\theta}(x_i, z_i, \theta_i, \dot{x}_i, \dot{z}_i, \dot{\theta}_i) \end{bmatrix}$$

Na proximidade do fim da pista, aciona-se o profundor, iniciando a rolagem da aeronave. Depois, com a perda total de contato com o solo, a aeronave inicia a subida. Uma massa é possível de ser levantada se o grau de subida da aeronave for maior que 4.76° , valor recomendado pela FAR23.65 [22]. Outras características devem ser verificadas, tais como a colisão da empenagem no chão durante a rolagem, possibilidade de deflexão do

profundor pelo servo, entre outros. Entretanto, tais características necessitariam alterações da geometria da aeronave que, como já comentado, não é o objetivo deste trabalho.

Para determinar o valor máximo de massa levantada, inicia-se com duas aeronaves: uma que a massa é possível de ser levantada e a outra, não. Calcula-se se a massa média das duas anteriores e verifica-se se é possível de ser levantada. Se sim, a próxima massa é a média da massa que não é possível de ser levantada com a última massa. Se não, a próxima massa é a média da massa que é possível de ser levantada com a última massa, de forma que a média é sempre entre um valor de massa prévio que pode e não pode ser levantada, respectivamente. O critério de parada é quando a diferença entre as duas massas for menor que um valor estabelecido.

3.5 Parametrização

A hélice é definida através de N parâmetros, dos quais 19 serão utilizados para otimizar e os N demais serão valores fixos.

Tabela 2 – Parâmetros variáveis (para otimização)

Nome	Descrição
B	Número de pás
b	Envergadura de pá em linha (considerando curva na ponta)
b_{tip}	Porcentagem destinado à curva
AR_{tip}	Razão de aspecto no fim da pá
$chord_{min}$	Menor valor de corda
$chord_{b_1}$	Proporção da corda do segundo/terceiro ponto do spline
$chord_{b_2}$	Proporção da corda do segundo/terceiro ponto do spline
$chord_{alpha_1}$	Ângulo da corda entre o primeiro e o segundo ponto do spline
$chord_{alpha_2}$	Ângulo da corda entre o terceiro e o último ponto do spline
$chord_{rel_z4}$	Diferença entre o primeiro e o último ponto de corda
$twist_{min}$	Menor valor de twist
$twist_{b_1}$	Proporção do twist do segundo/terceiro ponto do spline
$twist_{b_2}$	Proporção do twist do segundo/terceiro ponto do spline
$twist_{alpha_1}$	Ângulo do ponto do spline de twist entre o primeiro e o segundo ponto
$twist_{alpha_2}$	Ângulo do ponto do spline de twist entre o terceiro e o último ponto
$twist_{rel_z4}$	Diferença entre o primeiro e o último ponto de corda
$i_{airfoil_1}$	Código do perfil na raiz
$i_{airfoil_2}$	Código do perfil na ponta-de-asa
$b_{airfoil}$	Porcentagem destinado à transição de perfil

Para a variação da corda e torção da hélice ao longo da pá, são utilizados quatro pontos a serem interpolados através de uma função spline cubica (por utilizar quatro

pontos, a spline é simplesmente um polinômio de terceiro grau), no qual o eixo x é paralelo ao longo da pá e o eixo y da spline é o valor de interesse (corda ou torção).

Tratando de quatro pontos de controle e, cada ponto tendo duas variáveis (coordenadas x e y), têm-se oito variáveis. Entretanto, dois pontos estarão necessariamente na posição zero (ou seja, no eixo de rotação da hélice) e na ponta da pá, reduzindo para seis variáveis.

A posição em x dos dois pontos intermediários (pela figura, B e C) é definido pela variável b_1 e b_2 (observar Tabela (x)) valor de zero a um, representando a porcentagem em relação à envergadura da pá. Assim, a posição x de cada variável é:

$$B_x = \min(b_1; b_2) b \quad (3.16)$$

$$C_x = \max(b_1; b_2) b \quad (3.17)$$

Utilizando as funções de mínimo e máximo, evita-se que a posição em x do terceiro ponto seja menor que o do segundo ponto, fazendo com que a spline deixe de ser uma função, já que haveria, para o mesmo x , dois valores.

Com a preocupação que a spline gere uma curva-função com valores negativos (para a corda) ou muito negativos (para a torção), a spline tem o parâmetro `_min`, representando qual o valor mais baixo que a spline possui. Os parâmetros `_alpha_1` e `_alpha_2` definem o ângulo entre os pontos B , A e a linha horizontal e C , D e a linha horizontal, respectivamente. Optou-se por parametrizar a posição em y dos pontos B e C desta forma, ao invés de simplesmente parametrizar como um valor relativo em relação aos pontos A e D , respectivamente, pois, dado o parâmetro em ângulo, quanto mais próximo em x o ponto B (ou C) for do ponto A (ou D), menor será seu valor. Isto é interessante porque, ao interpolar dois pontos em x próximos, a spline tende a crescer rapidamente. A parametrização por ângulo tende a compensar a proximidade com a redução do valor em y .

Por fim, o parâmetro `_rel_z4` é a diferença em y entre o primeiro e o último ponto da spline. Para splines estritamente crescentes ou decrescentes, este valor representaria a amplitude da corda ou torção. De fato, parametrizar por amplitude seria mais interessante porque seria mais intuitivo pensar em intervalos para a otimização. Entretanto, além de um maior custo computacional, uma vez que não há uma forma direta de determinar a amplitude de uma spline nas formas aqui utilizadas, este poderia apresentar mais de uma solução.

A ponta-de-asa da hélice terá um enflexamento de forma a reduzir a velocidade no perfil, evitando a velocidade de Mach de divergência. Tal geometria de enflexamento será uma parábola. Utilizando um sistema de coordenadas cuja origem coincida com o início

do enflexamento, a equação da geometria na ponta-de-asa da pá é simplesmente dado por $y = ax^2$. O parâmetro de razão de aspecto da pá, AR_{tip} , é definido como $AR_{tip} = y/x$. Sabendo que o comprimento de uma parábola simples é dado pela Eq.(3.18) e que tal comprimento é $s = bb_{tip}$, determina-se o valor do parâmetro a da parábola.

$$s = \frac{1}{4a} \left(2ax \sqrt{4a^2x^2 + 1} + \operatorname{arcsinh} 2ax \right) \quad (3.18)$$

A Tab.(3) apresenta os intervalos de busca para otimização.

Tabela 3 – Intervalos de busca para otimização

Nome	Intervalo	Unidade
B	[1;6]	[-]
b	[0.0889;0.1905]	[m]
b_{tip}	[0;0.3]	[-]
AR_{tip}	[0.1;2]	[-]
$chord_{min}$	[0.002;0.02]	[m]
$chord_{b_1}$	[0;1]	[-]
$chord_{b_2}$	[0;1]	[-]
$chord_{alpha_1}$	[deg2rad(-30);deg2rad(45)]	[rad]
$chord_{alpha_2}$	[deg2rad(-30);deg2rad(45)]	[rad]
$chord_{rel_z4}$	[-0.02;0.2]	[m]
$twist_{min}$	[rad2deg(0);deg2rad(20)]	[rad]
$twist_{b_1}$	[0;1]	[-]
$twist_{b_2}$	[0;1]	[-]
$twist_{alpha_1}$	[deg2rad(-75);deg2rad(75)]	[rad]
$twist_{alpha_2}$	[deg2rad(-75);deg2rad(75)]	[rad]
$twist_{rel_z4}$	[deg2rad(-25);deg2rad(25)]	[rad]
$i_{airfoil_1}$	[1;12]	[index]
$i_{airfoil_2}$	[1;12]	[index]
$b_{airfoil}$	[0.2;0.8]	[-]

3.6 Parâmetros da otimização

Será utilizado a rotina de otimização interna do MATLAB, através da função *fmincon*. Utiliza-se o algoritmo Sequential Quadratic Programming. O valor inicial é aproximadamente (uma vez que perfis utilizados, material, entre outros aspectos, não são divulgados. Entende-se aproximadamente como uma tentativa de reproduzir sem compromisso total com a realidade) a hélice atualmente em uso no aerodesign, a APC 13x4.

Considera-se que a hélice será feito em Nylon-66/6. Escolheu-se este material por se tratar de um plástico de engenharia, que pode ser facilmente usinado e é de fácil

obtenção. A propriedade deste material foi obtido no site MatWeb <www.matweb.com>. A Tab.(4) mostra os principais valores adotados para a otimização.

Tabela 4 – Intervalos de busca para otimização

Variável	Valor [SI]	Descrição
N	100	Divisões da pá
ρ_{ar}	1.177	Massa específica do ar
μ_{ar}	1.846e-5	Viscosidade dinâmica do ar
r_{zero}	0.012	Raio sem superfície aerodinâmica
v_{sound}	340	Velocidade do som
$f_{seguranca}$	2	Fator de segurança
ρ_{mat}	1030	Densidade do material - Nylon 66
$\sigma_{mat_{max}}$	63.5e6	Tensile Strength - Nylon 66
E_{mat}	2.55e9	Módulo de elasticidade
ν_{mat}	0.405	Módulo de Poisson

4 Resultados

Antes de iniciar a rotina de otimização, é preciso alimentar o banco de dados de aerodinâmica. Trata-se de informações de perfis selecionados que são pertinentes para o cálculo de aerodinâmica, retornando valores como tração e torque necessário. Para início, deve-se escolher qual ferramenta aerodinâmica irá alimentar o banco de dados de aerodinâmica, mostrado na Sec.(4.1). Determinado a ferramenta, obtém-se os valores propriamente pertinentes do banco de dados, mostrados na Sec.(4.2). Como visto na Sec.(2.6), quando o fôlio está submetido a velocidades altas, ocorre o fenômeno de divergência do arrasto, no Mach de divergência. A obtenção deste ponto de divergência será mostrada na Sec.(2.6). Finalmente, é mostrado o resultado da otimização da hélice na Sec.(4.4).

4.1 Escolha da ferramenta aerodinâmica

Para alimentar os dados de perfis aerodinâmicos, fez-se um teste preliminar com perfis que possuem valores obtidos experimentalmente. Propõe-se comparar as ferramentas aerodinâmicas com tais valores experimentais, verificar qual modelo possui maior proximidade com os valores experimentais, escolher a ferramenta aerodinâmica e, assim, obter os coeficientes aerodinâmicos para os perfis que efetivamente serão utilizados para o projeto de hélice.

Como visto, devido a um comprimento pequeno de corda das seções de uma hélice de aerodesign, quando comparado com hélices para aviões comerciais, o número de Reynolds será tipicamente baixo, em condições de escoamento laminar. Os dados experimentais foram escolhidos com base nesta preocupação e, portanto, as ferramentas aerodinâmicas serão testadas em várias condições de número de Reynolds baixo, iguais às dos ensaios.

Os dados experimentais foram obtidos de dois dos cinco relatórios do "LSAT - Low Speed Aerofoil Tests", da Universidade de Illinois, o volume 3, [23], e o volume 4, [24]. Algumas edições dos testes não possuem medições do coeficiente de momento de arfagem e, por isso, nem todos os testes aqui apresentados terão comparativos com momentos de arfagem. Priorizou a escolha de aerofólios com características geométricas diferentes, tais como aerofólios de pequena e grande espessura ou forma do bordo de fuga. Também priorizou a escolha de aerofólios com valores de Reynolds abaixo de 100 000, condição atingível pela hélice do Aerodesign. O relatório da referência bibliográfica explica detalhadamente o aparato experimental e a metodologia utilizada pelo grupo para aquisição de dados.

Escolheu-se seis aerofólios para e sua comparação, listados na Fig.(31).

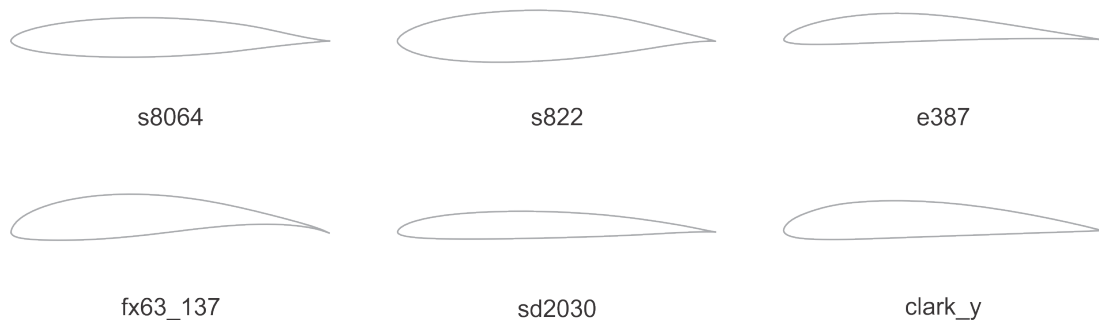


Figura 31 – Aerofólios escolhidos para a comparação das ferramentas aerodinâmicas

As ferramentas aerodinâmicas são 4 modelos de CFD e o método dos painéis com análise viscosa, o XFOIL. Em CFD, um modelo considera o regime viscoso laminar e os outros três, diferentes modelagens para o escoamento turbulento, o modelo Realizable k-epsilon, k-omega SST e o Spalart-Allmaras. Todos os modelos são considerados como gás ideal incompressível estacionário. Além da regência da equação da continuidade e dois da equação da quantidade de movimento (uma vez que a análise é bidimensional), os modelos Realizable k-epsilon e o k-omega SST apresentam mais duas equações para a modelagem da turbulência. O modelo Spalart-Allmaras, além da continuidade e da quantidade de movimento, apresenta apenas mais uma equação. Espera-se que ao utilizar o modelo Spalart-Allmaras, o tempo por iteração seja menor. A geometria do domínio da simulação e as condições de contorno são representadas na Fig.(32). Utilizou-se o software comercial Star-CCM+, que possui a rotina de malha, o processamento e o pós-processamento na mesma área de trabalho, facilitando sua automatização para várias condições de simulação.

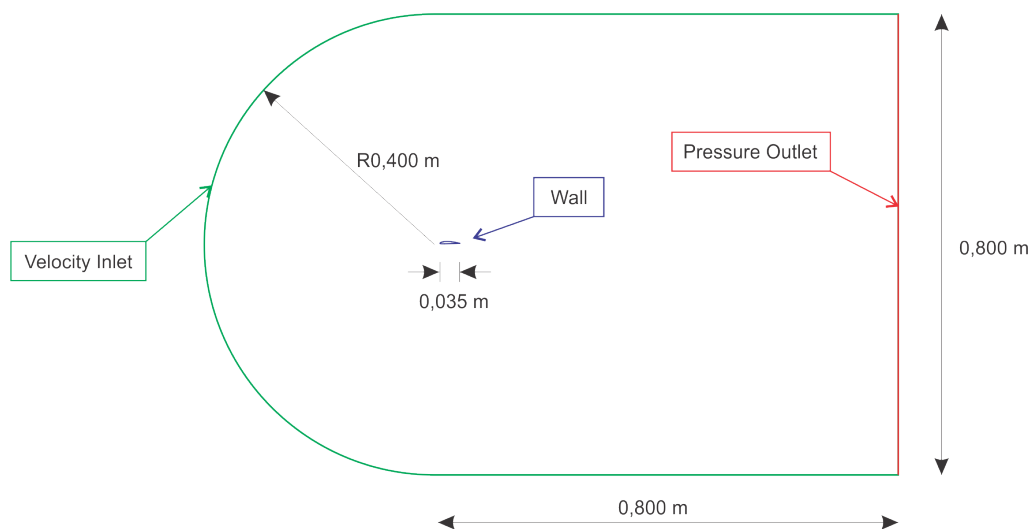


Figura 32 – Geometria e condições de contorno utilizados nas simulações por CFD

Para o CFD, resultados foram aceitos observando se diferença dos coeficientes de sustentação, arrasto e momento atingem valores abaixo de $1e-5$, tal como a Fig(33), e também definindo um limite mínimo de resíduos, fixados em $1e-3$, tal como a Fig.(34). Utilizando o modelo de Low Wall $y+$, observou se a média do adimensional Wall $y+$ era próxima a 1.

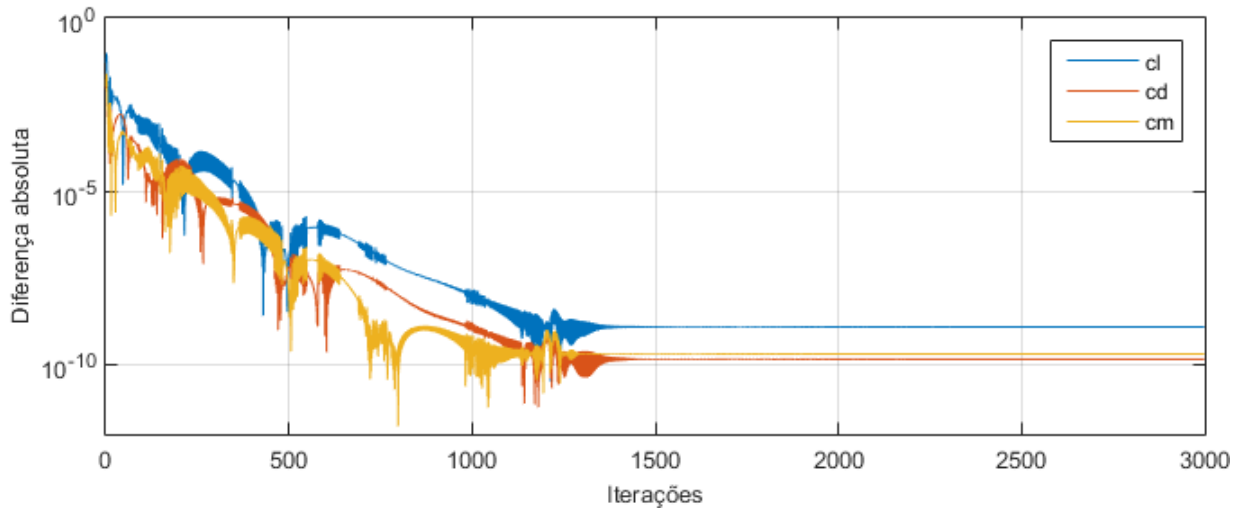


Figura 33 – Diferença absoluta entre duas iterações. Coeficientes do perfil Clark-y, ângulo de ataque 12° , Sparlart-Allmaras, Re 100 000

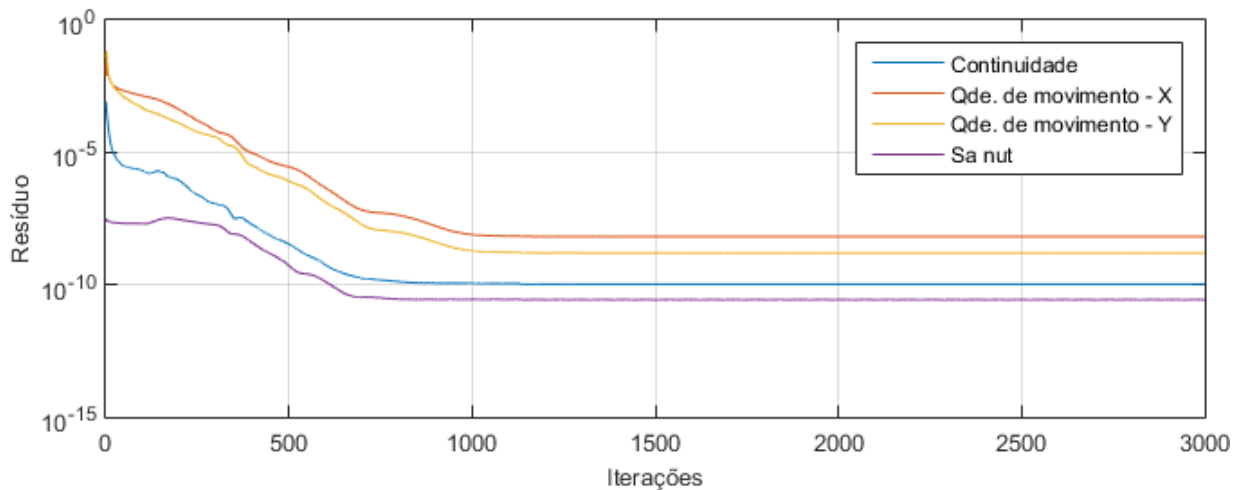


Figura 34 – Resíduo da simulação do perfil clark-y, ângulo de ataque 12° , Sparlart-Allmaras, Re 100 000

O XFOIL é uma rotina de análise aerodinâmica por métodos dos painéis com análise viscosa para velocidades subsônicas. Foi desenvolvido no MIT na década de 1980 e tem sido utilizado ainda os dias atuais em programas tais como o XFLR5. Detalhes do

funcionamento do XFOIL pode ser encontrado em [25]. O XFOIL produz resultados de forma quase instantânea, sendo este um bom atrativo.

4.1.1 Perfil s8064

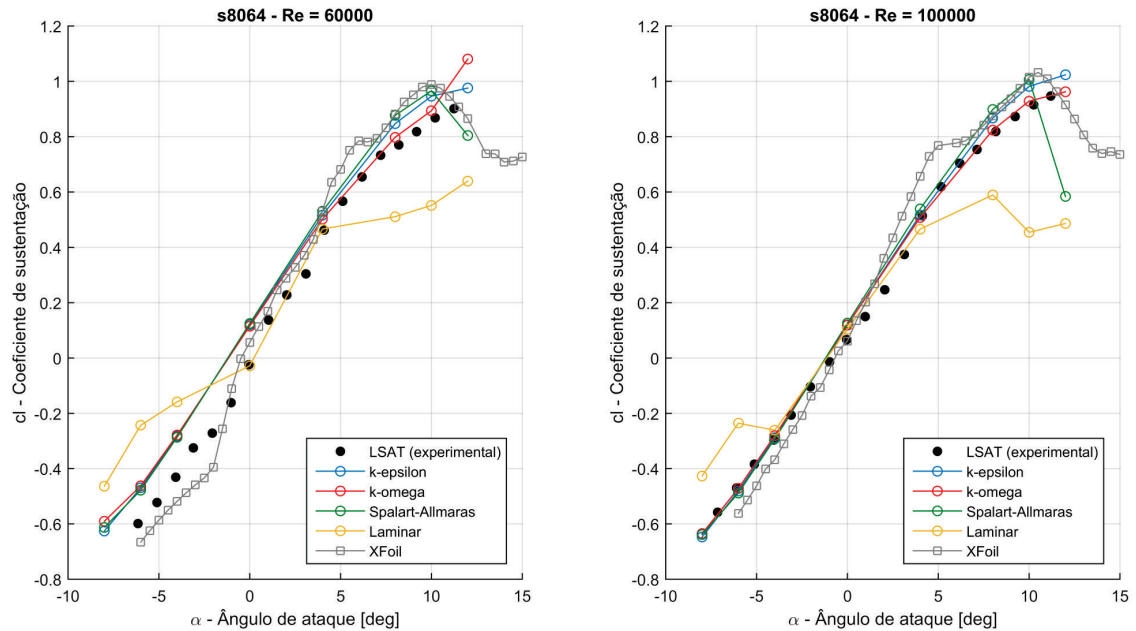


Figura 35 – Coeficiente de sustentação do perfil s8064

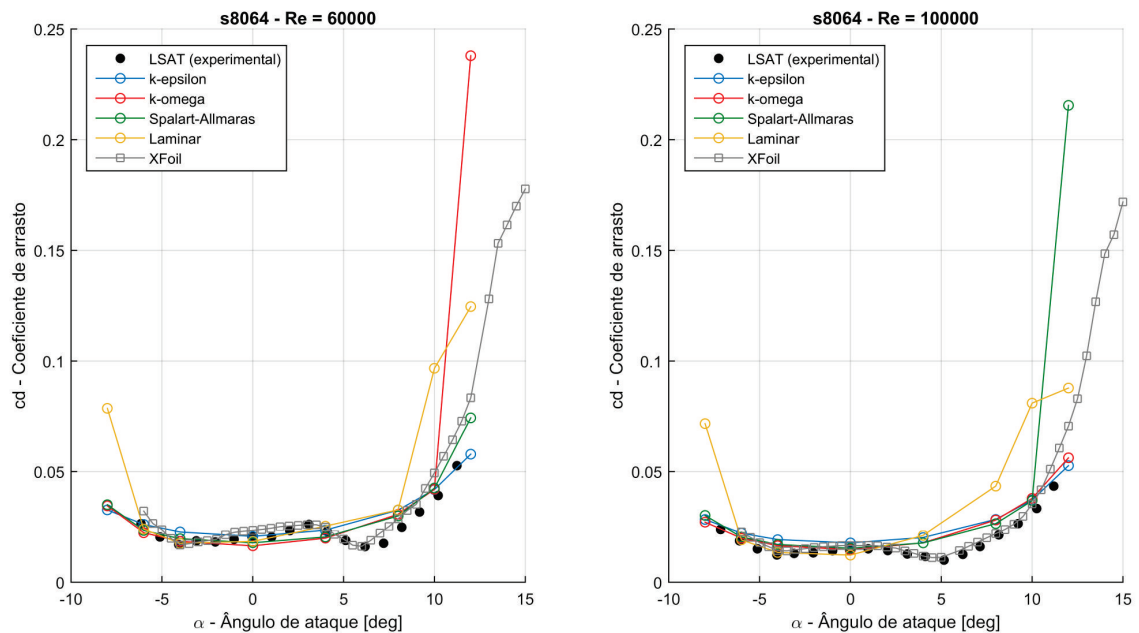


Figura 36 – Coeficiente de arrasto do perfil s8064

4.1.2 Perfil s822

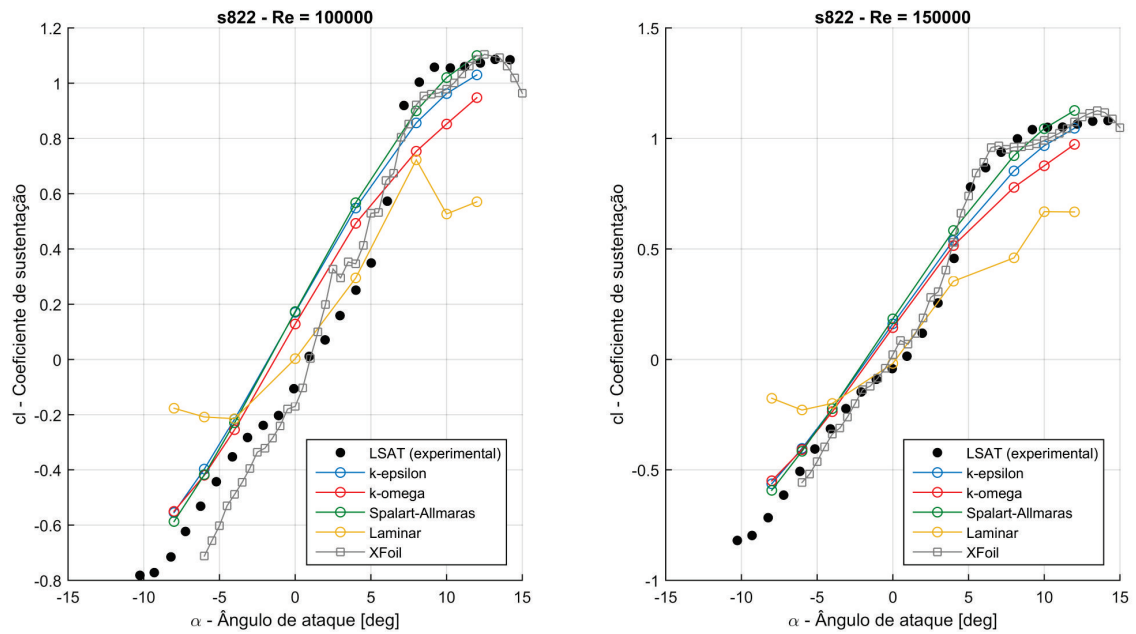


Figura 37 – Coeficiente de sustentação do perfil s822

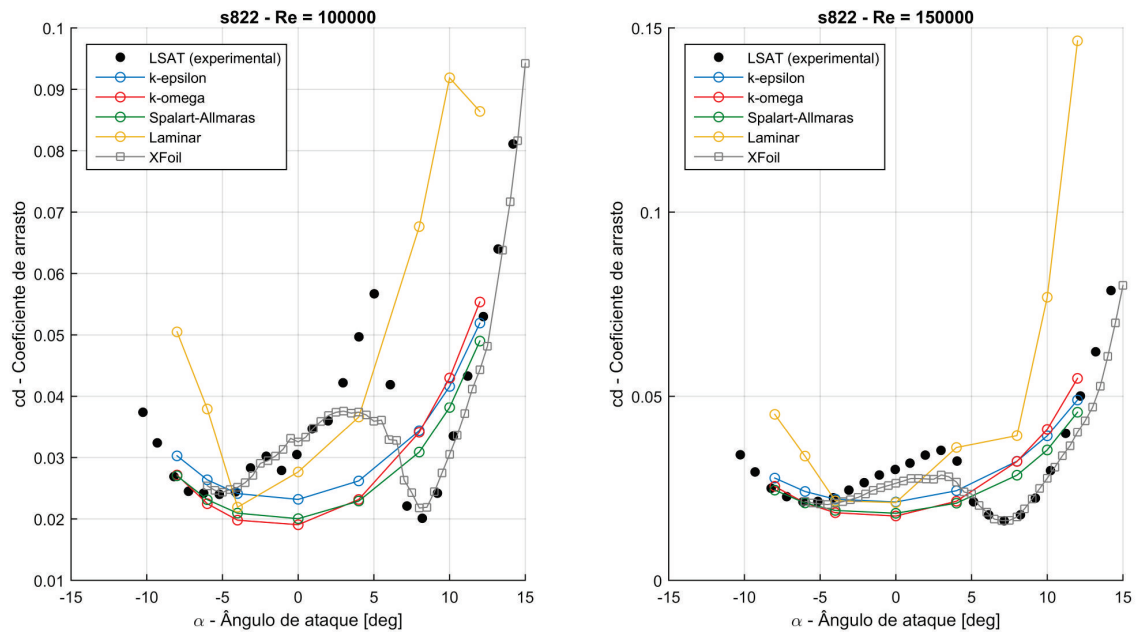


Figura 38 – Coeficiente de arrasto do perfil s822

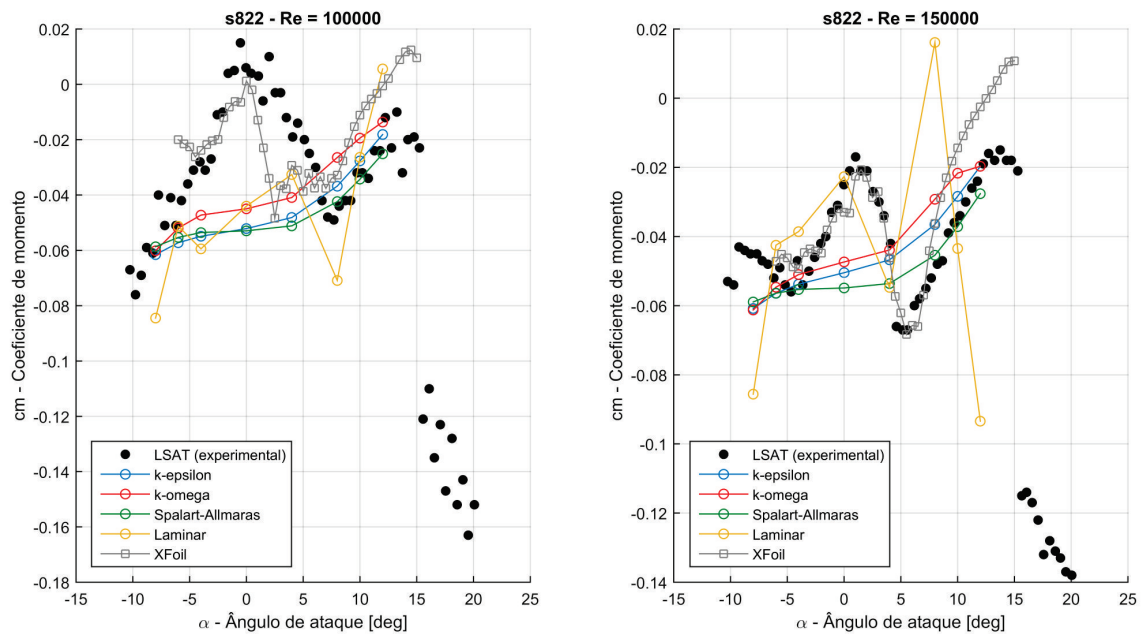


Figura 39 – Coeficiente de momento de arfagem do perfil s822

4.1.3 Perfil e387

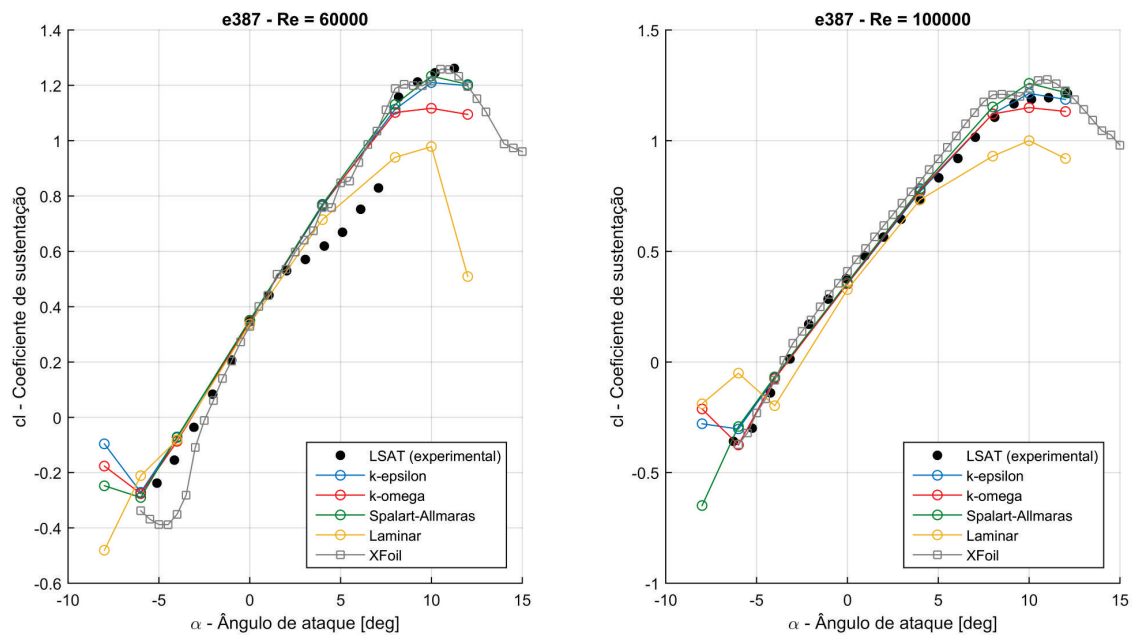


Figura 40 – Coeficiente de sustentação do perfil e387

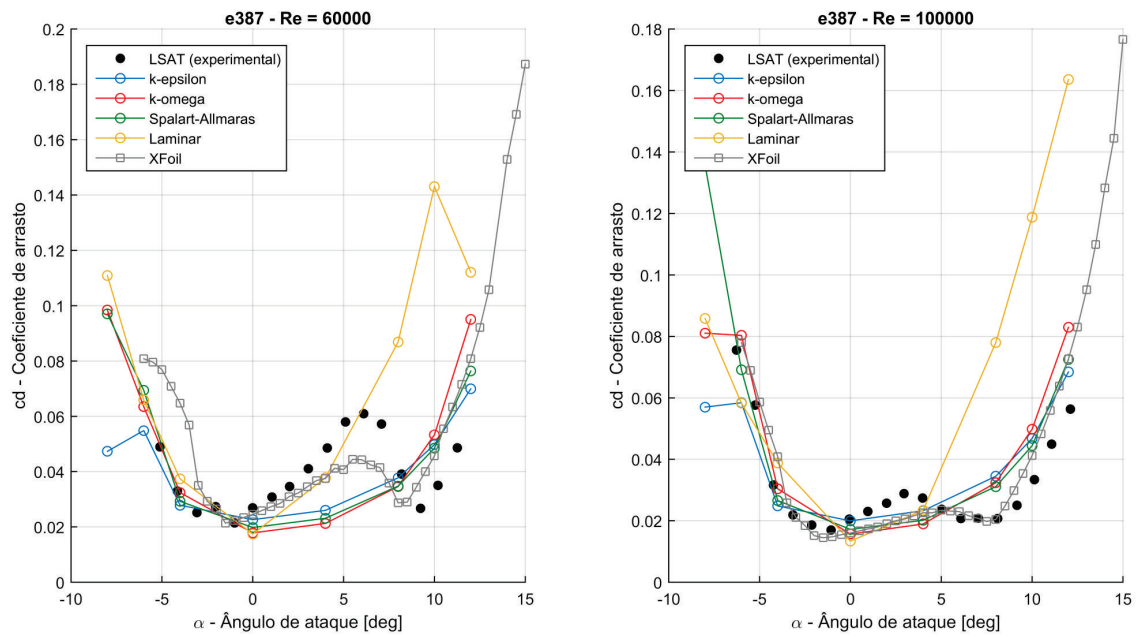


Figura 41 – Coeficiente de arrasto do perfil e387

4.1.4 Perfil fx63-137

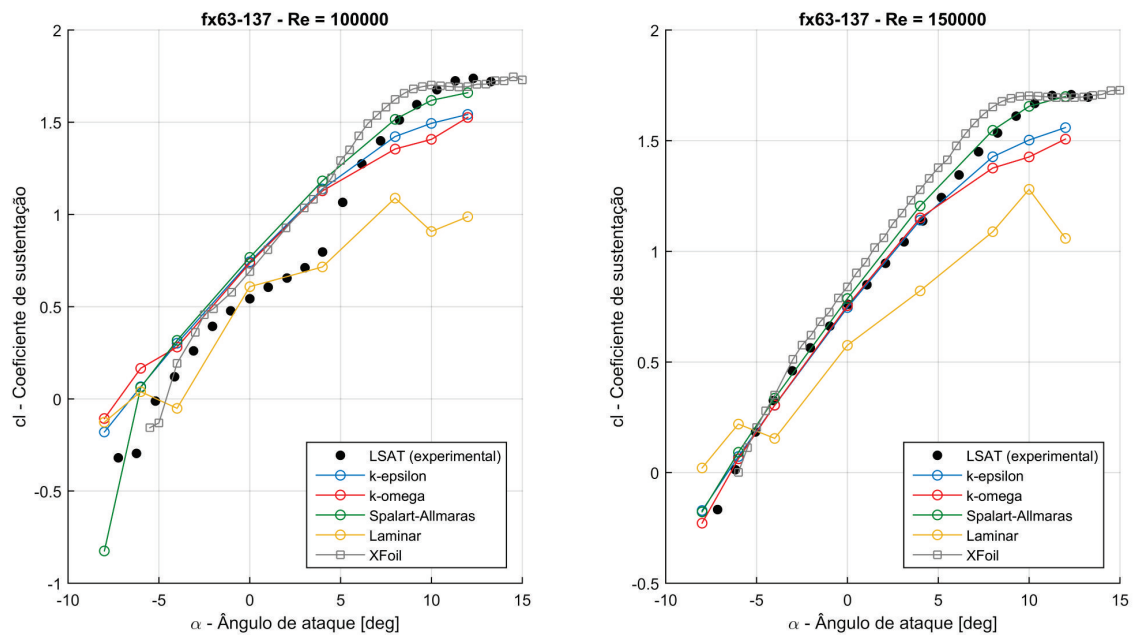


Figura 42 – Coeficiente de sustentação do perfil fx63-137

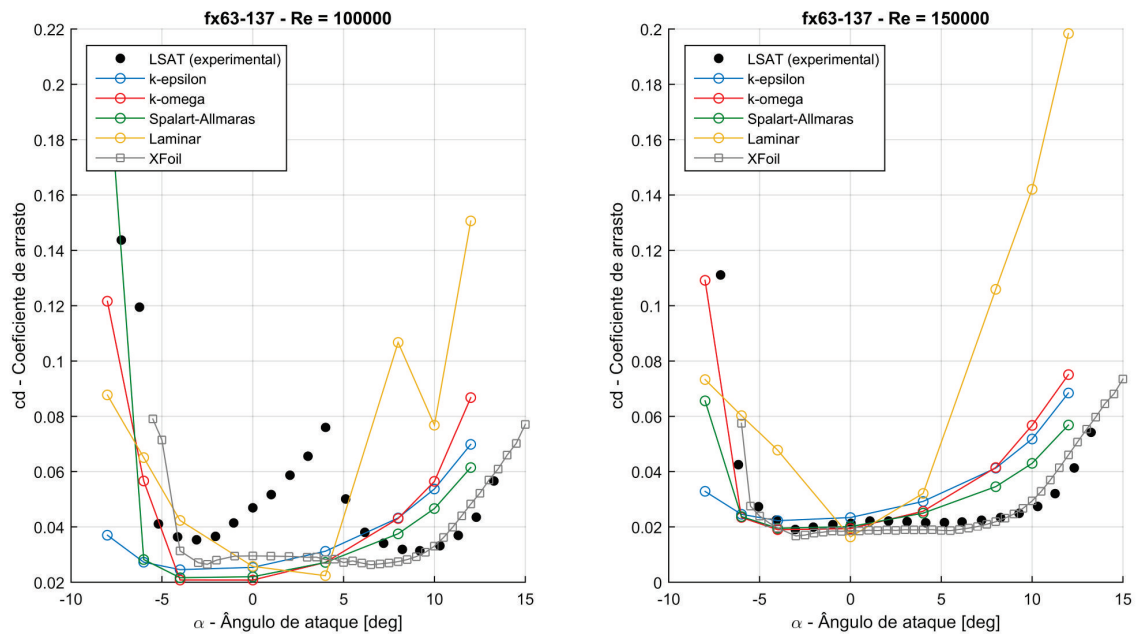


Figura 43 – Coeficiente de arrasto do perfil fx63-137

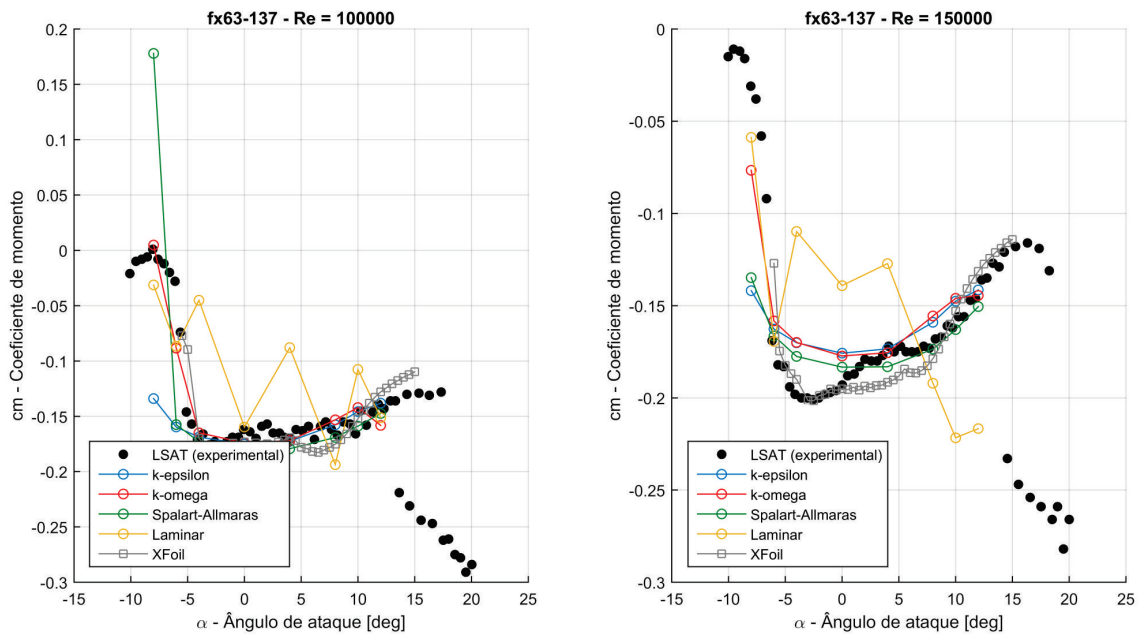


Figura 44 – Coeficiente de momento de arfagem do perfil fx63-137

4.1.5 Perfil sd2030

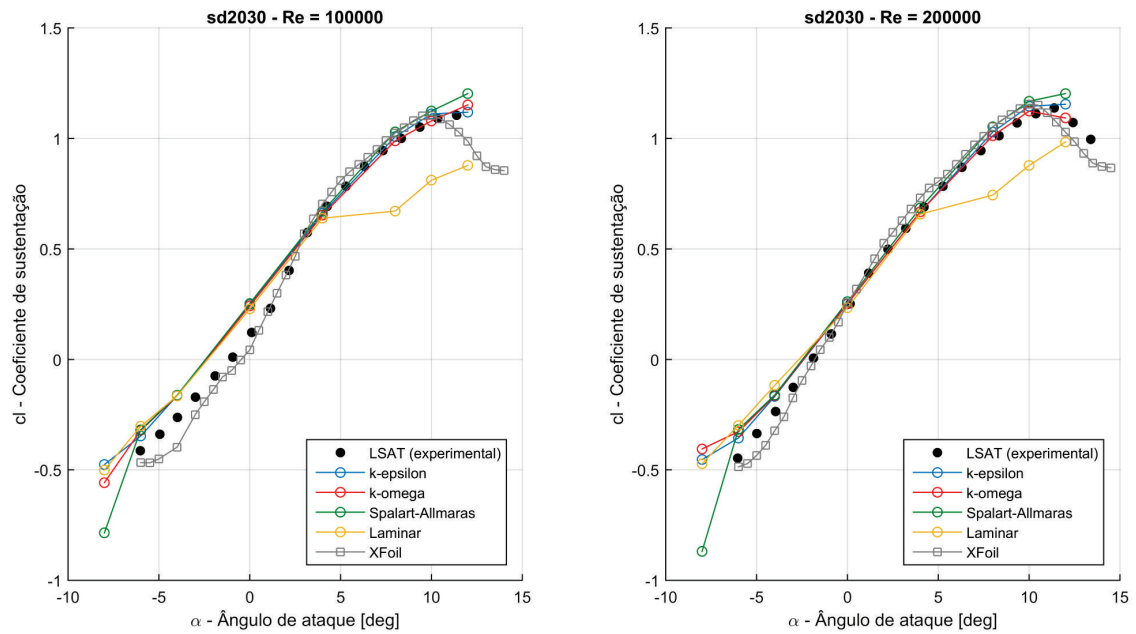


Figura 45 – Coeficiente de sustentação do perfil sd2030

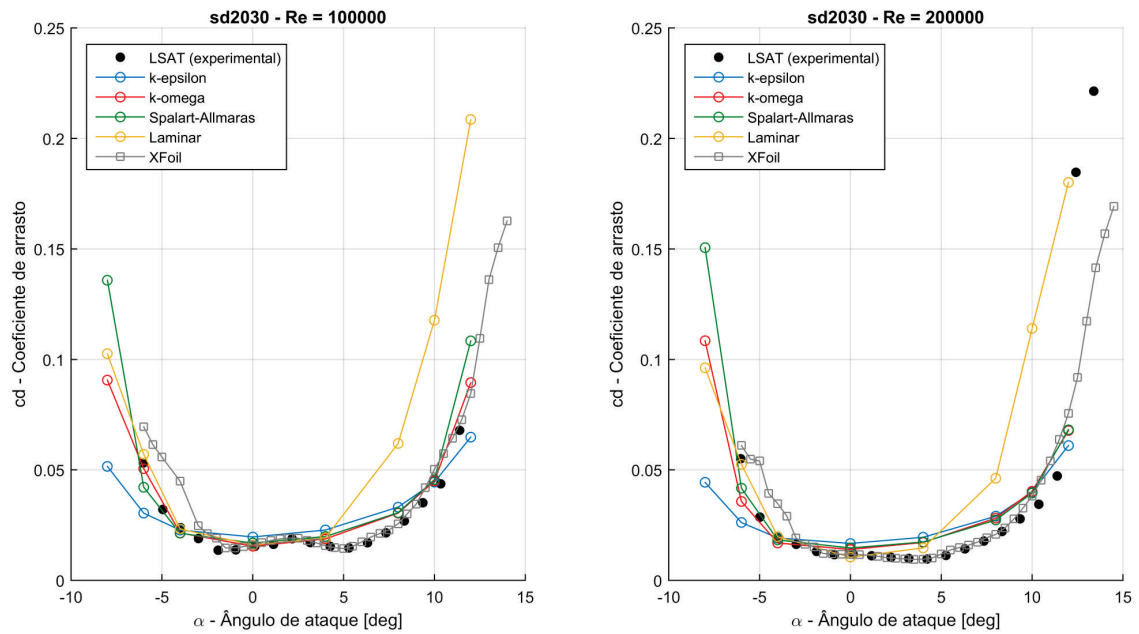


Figura 46 – Coeficiente de arrasto do perfil sd2030

4.1.6 Perfil clark-y

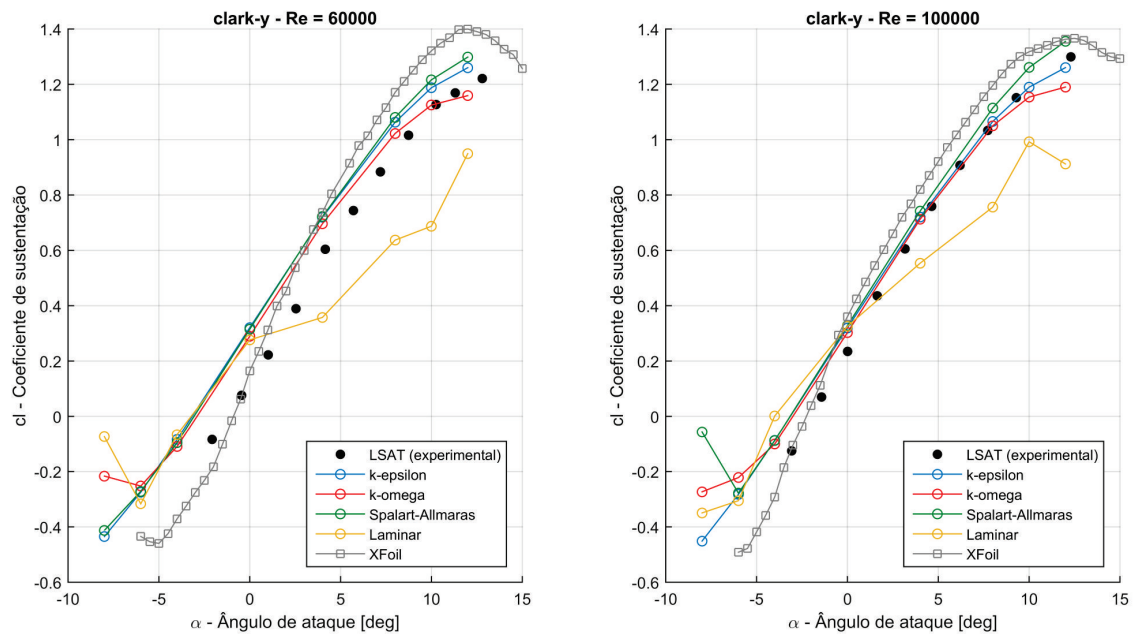


Figura 47 – Coeficiente de sustentação do perfil clark-y

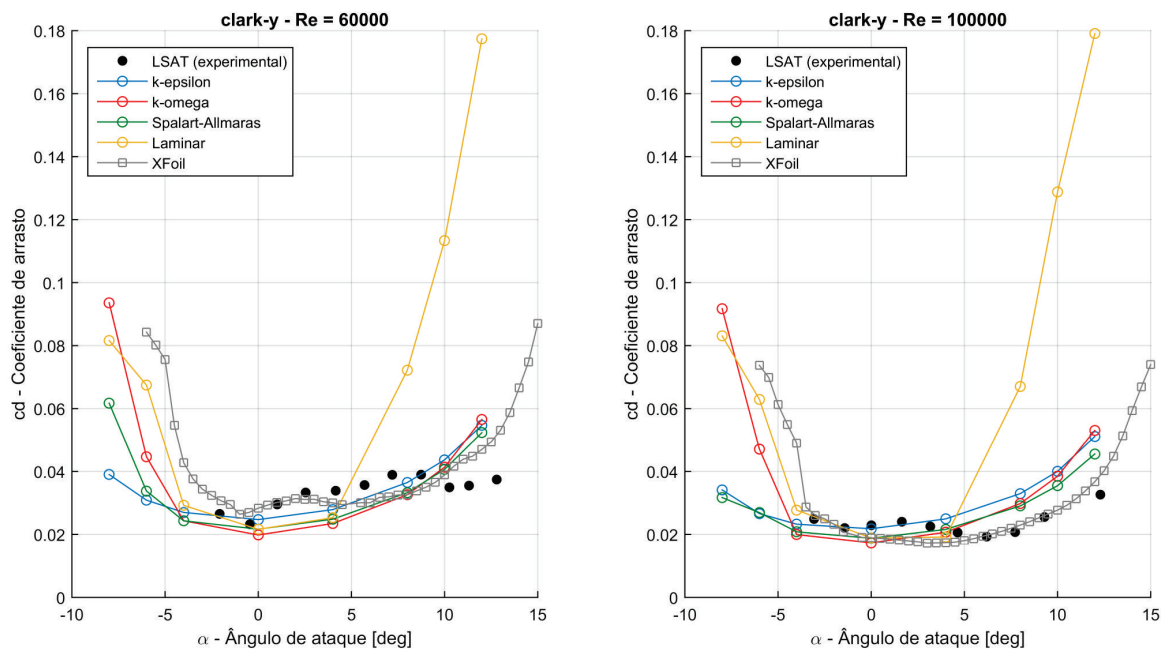


Figura 48 – Coeficiente de arrasto do perfil clark-y

4.1.7 Análise e Escolha

Observa-se que o XFoil teve boa correlação com os valores experimentais e também previu a ocorrência do estol justo nos valores experimentais. Entretanto, esta ferramenta se mostrou bem instável para valores baixos de Reynolds, objetivo do banco de dados de aerodinâmica. Em regiões onde se esperava um comportamento linear do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque, observou-se oscilações acentuadas, como pode ser observado na Fig.(49). O coeficiente de momento também tem comportamento fortemente oscilatório quanto mais baixo é o número de Reynolds. O descarte do XFoil como ferramenta aerodinâmica, apesar do atrativo do baixíssimo custo computacional, é justificado pela alimentação prévia do banco de dados de aerodinâmica antes da otimização. Isto é, tendo finalizado a alimentação do banco de dados, o custo computacional se torna o mesmo, independentemente do tempo que custou para montar o banco de dados. Um exemplo onde o XFoil é mais interessante que valores obtidos por CFD é se a otimização não tivesse uma gama fixa de perfil à escolha mas sim a própria geometria do folio fosse interesse da otimização.

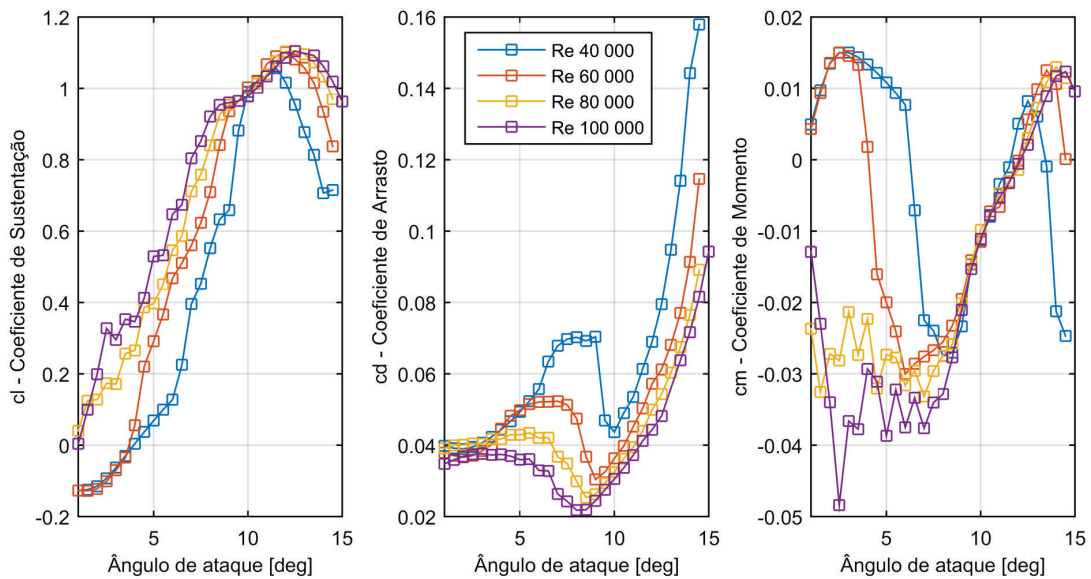


Figura 49 – Coeficientes aerodinâmicos obtidos pelo XFoil para o perfil s822.

Assim, apresentando nas figuras acima os coeficientes obtidos pelo XFoil apenas para fins comparativos, objetiva-se escolher entre os modelos de turbulência por CFD. Para cada ângulo de ataque, é determinado a distância entre o valor de coeficiente obtido experimentalmente e por CFD. É feito uma média para todos os ângulos de ataque, todos os valores de Reynolds e todos os perfis analisados. Assim, a média da distância é apresentada na Tab.(5).

Com base nos resultados mostrados na Tab.(5), foi adotado o modelo Spalart-

Tabela 5 – Análise de sensibilidade

Turbulência / Coef.	Realizable k- ϵ	k- ω SST	Sparlart-Allmaras	Laminar
cl	0.0882	0.0924	0.0912	0.1952
cd	0.0109	0.0113	0.0099	0.0288
cm	0.0189	0.0164	0.0170	0.0374

Allmaras, que apresenta menor distância de cd . Apesar do modelo Realizable k- ϵ apresentar menor erro em cl e, k- ω SST para cm , observando as diferenças percentuais entre o modelo de turbulência com menores distâncias e demais modelos, o Sparlart-Allmaras apresenta menor valor percentual, sendo escolhido.

4.2 Obtenção de coeficientes aerodinâmicos e ajuste das curvas

Determinado o modelo de turbulência, faz-se a seleção de perfis que poderão ser utilizados para gerar uma hélice. Alguns perfis escolhidos para alimentar o banco de dados de coeficientes aerodinâmicos são da etapa anterior, ou seja, possuem valores experimentais. Entretanto, estes perfis serão também simulados com as mesmas condições que outros perfis de forma a manter iguais as condições de todos os perfis para a otimização. Se há alguma subestimação ou superestimação por parte da ferramenta aerodinâmica, este irá inserir tal erro em todos os perfis, tendo, assim, uma disputa justa pelo otimizador.

Foram escolhidos doze perfis listados na Fig.(50).

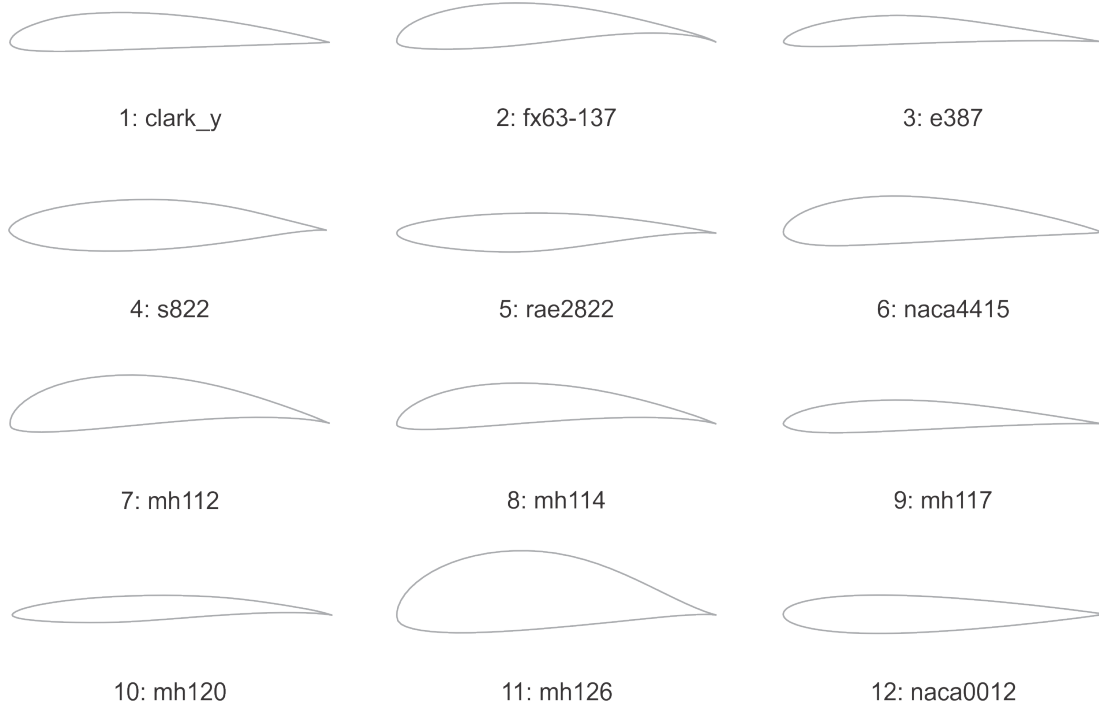


Figura 50 – Aerofólios escolhidos para otimização. Numeração corresponde ao índice do aerofólio.

Fez-se uma bateria de simulações para os aerofólios escolhidos para alimentar o banco de dados de aerodinâmica. Cada perfil foi simulado com valores do número de Reynolds de 40 000, 60 000, 90 000, 125 000 e 250 000; e valores de ângulo de ataque de -8° , -6° , 0° , 4° , 8° , 10° , 12° e 14° . As condições de contorno, geometria do domínio, física utilizada e critérios de convergência são os mesmos utilizados na Sec.(4.1). Assim, também, alguns pontos de ângulo de ataque foram descartados pois não foram aprovados no critério de convergência, mesmo para um aumento de iterações.

Na análise do perfil em um número de Reynolds fixo, foi utilizado a função de minimização do MATLAB *fmincon* para ajustar os pontos dos vários ângulos de ataque obtidos por CFD para a curva definida pelas variáveis das Eq.(2.60), Eq.(2.61) e Eq.(2.64), apresentadas pelo modelo de Spera [12], introduzido na Sec.(2.5.1).

A função $E_{cfd;spera}$ para minimização utilizada, Eq.(4.1) é a média do erro absoluto do coeficiente de sustentação (ou arrasto) obtido por CFD e pelo modelo de Spera [12].

$$E_{cfd;spera} = \frac{\sum_{i=1}^n |cl_{cfd}[i] - cl_{spera}(\alpha_i)|}{n} \quad (4.1)$$

no qual $\alpha_i = [-8; -6; 0; 4; 8; 10; 12; 14]$ são os ângulos de ataque simulados por CFD.

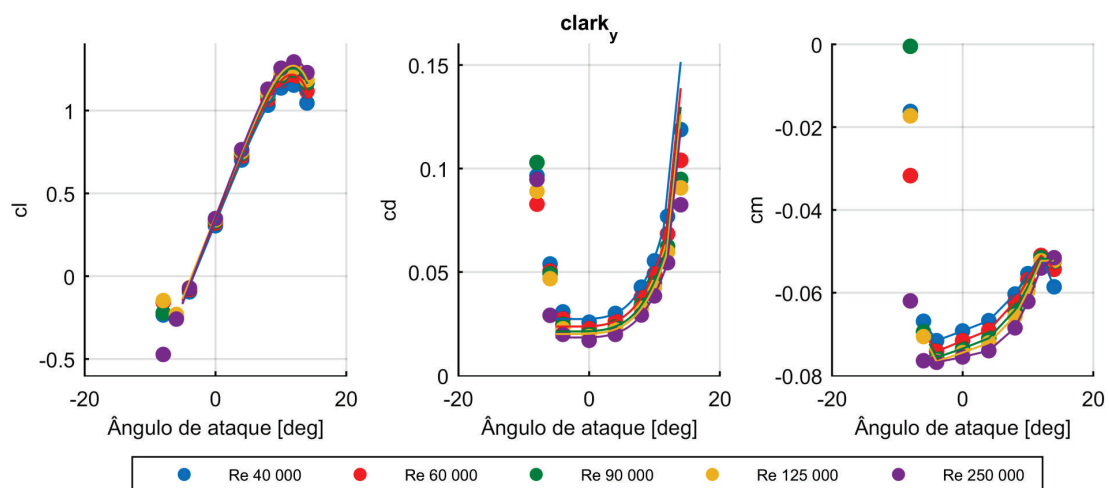


Figura 51 – Perfil clark-y para vários Reynolds

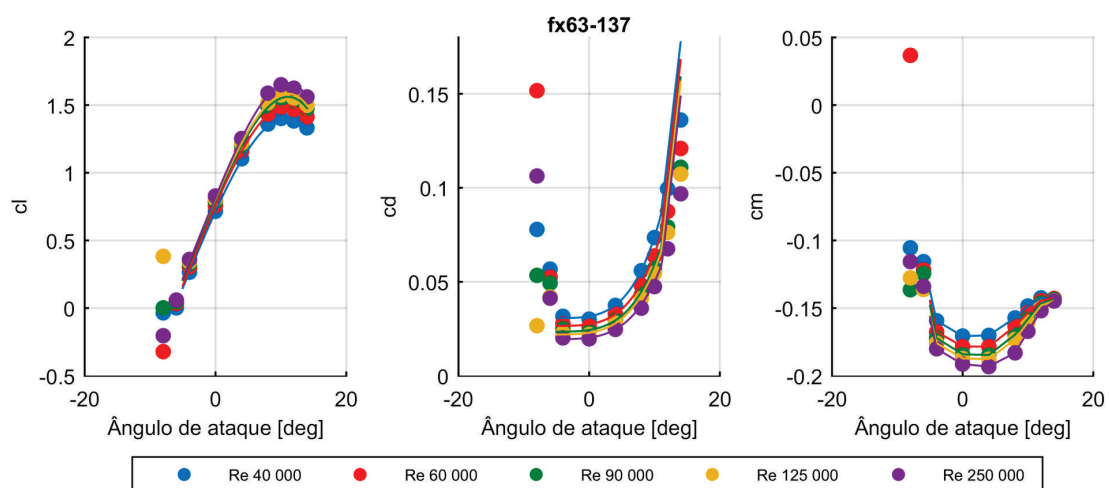


Figura 52 – Perfil fx63-137 para vários Reynolds

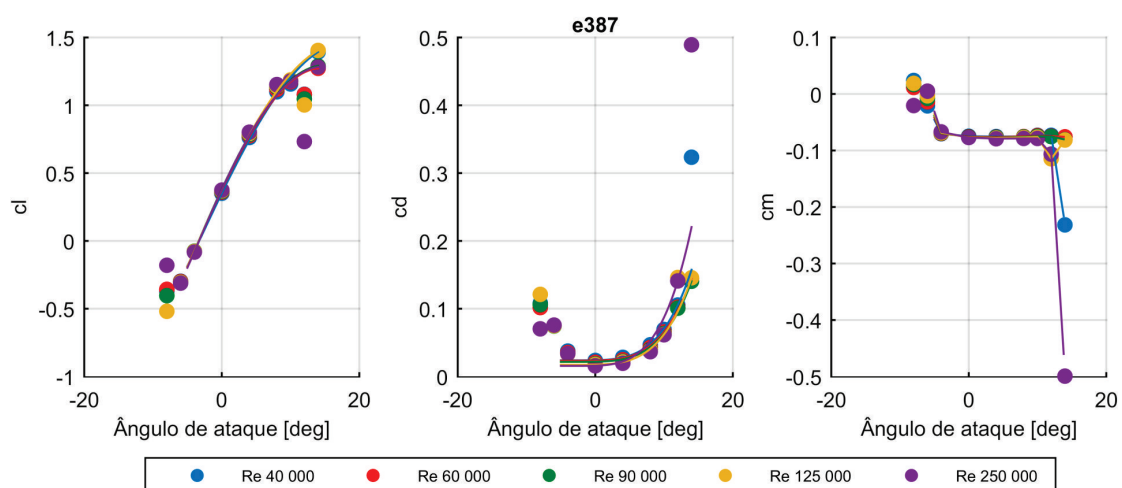


Figura 53 – Perfil e387 para vários Reynolds

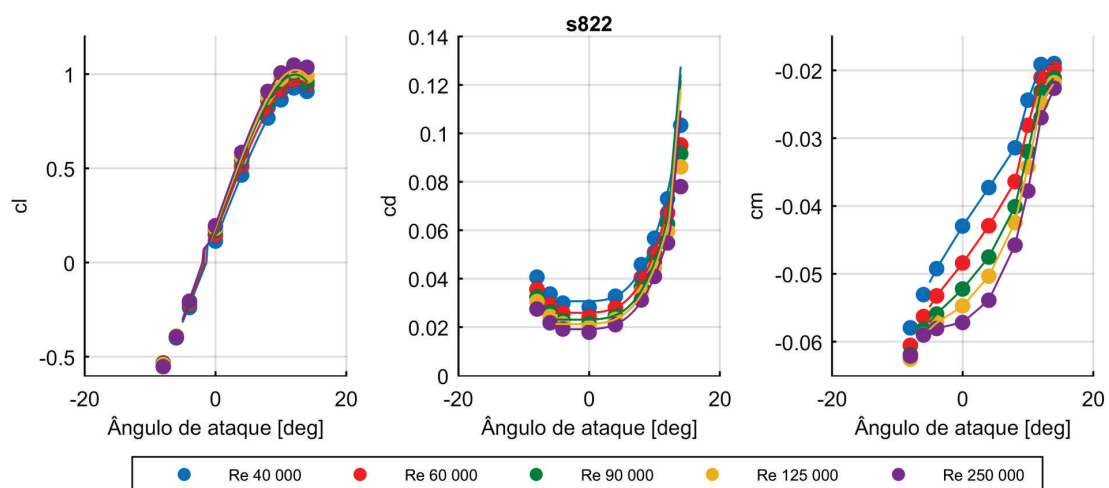


Figura 54 – Perfil s822 para vários Reynolds

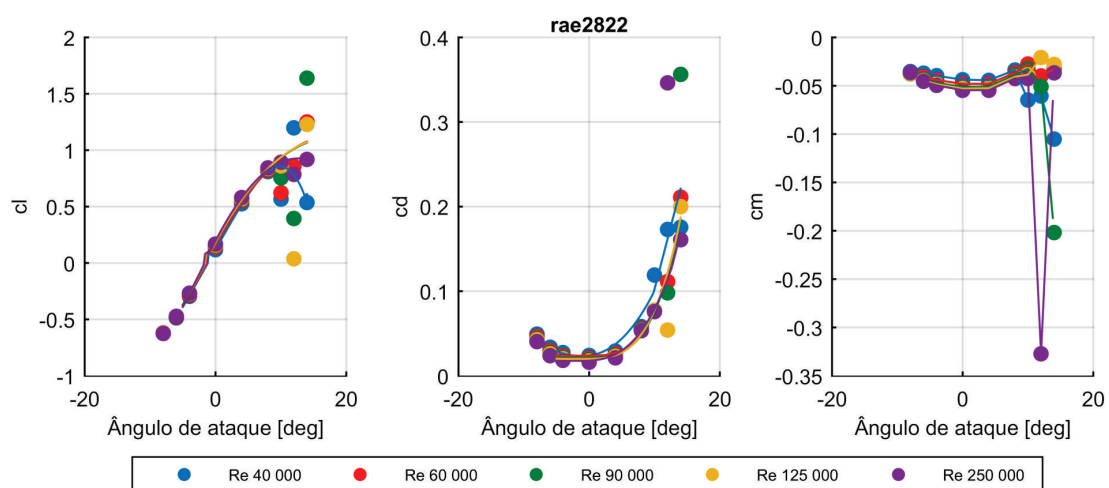


Figura 55 – Perfil rae2822 para vários Reynolds

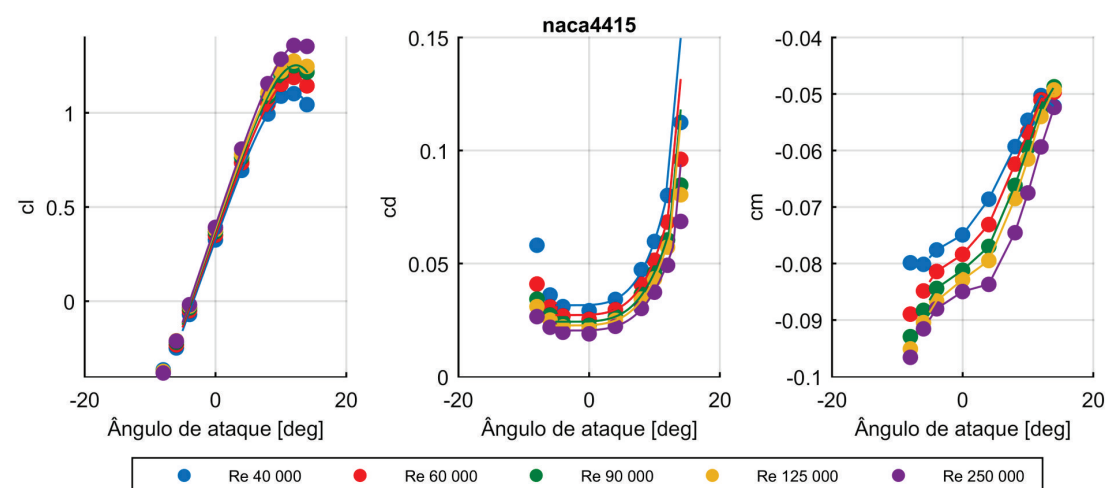


Figura 56 – Perfil naca4415 para vários Reynolds

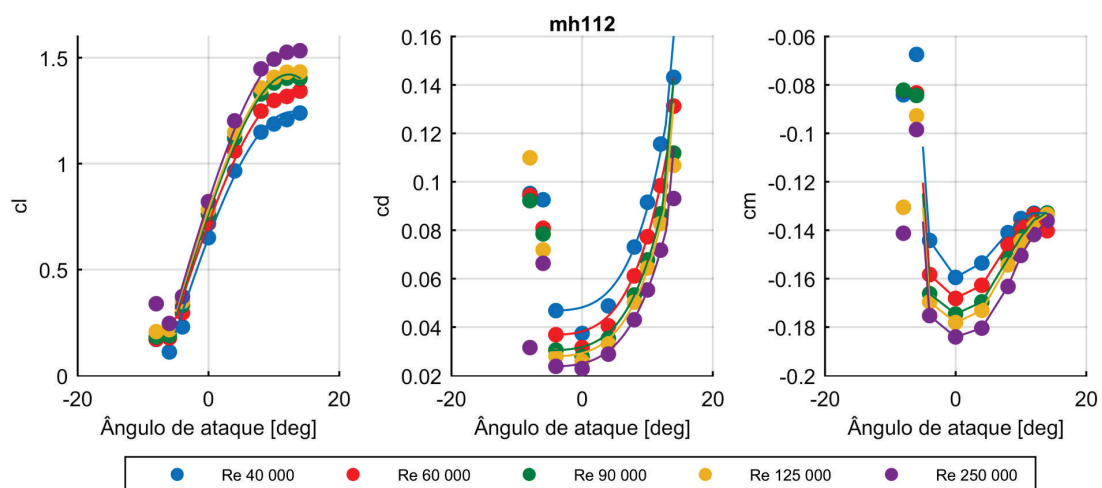


Figura 57 – Perfil mh112 para vários Reynolds

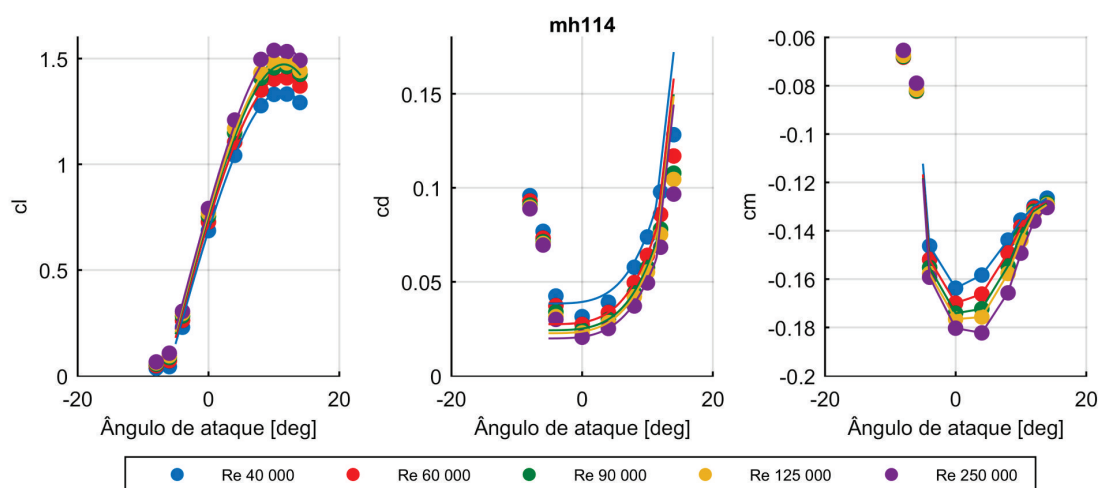


Figura 58 – Perfil mh114 para vários Reynolds

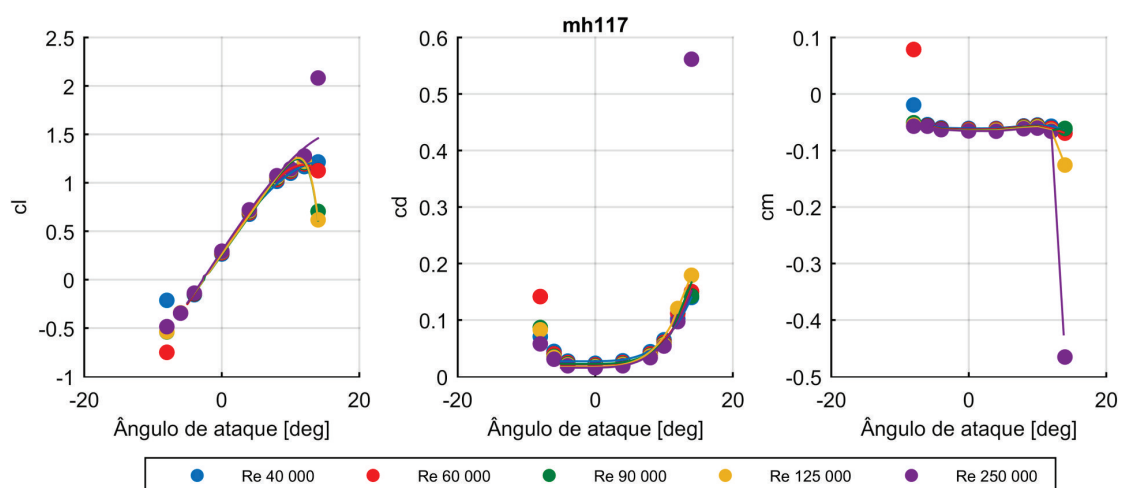


Figura 59 – Perfil mh117 para vários Reynolds

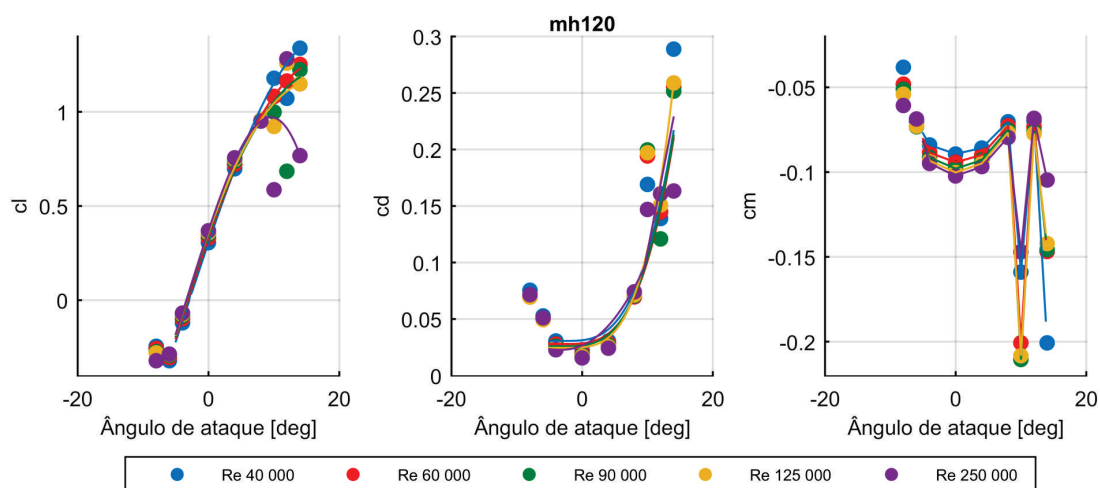


Figura 60 – Perfil mh120 para vários Reynolds

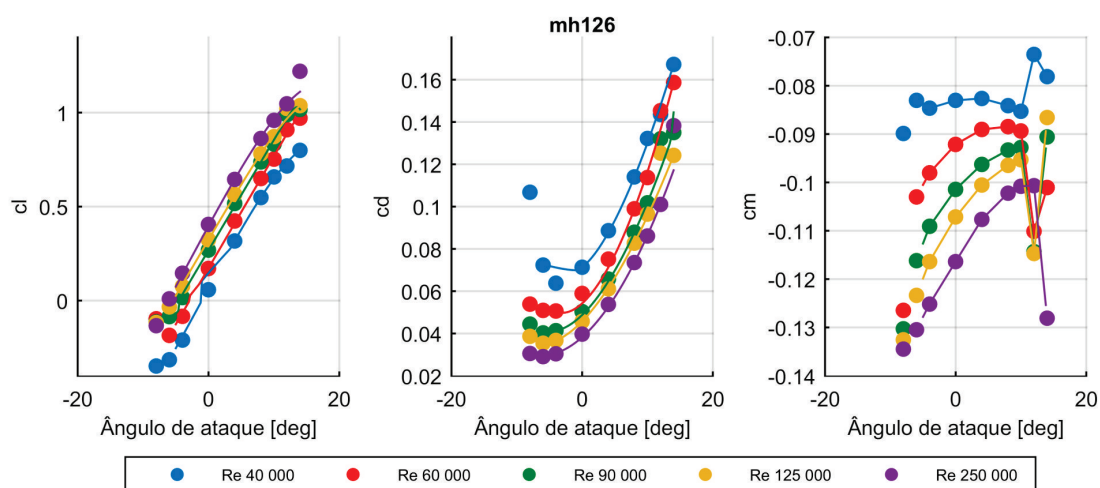


Figura 61 – Perfil mh126 para vários Reynolds

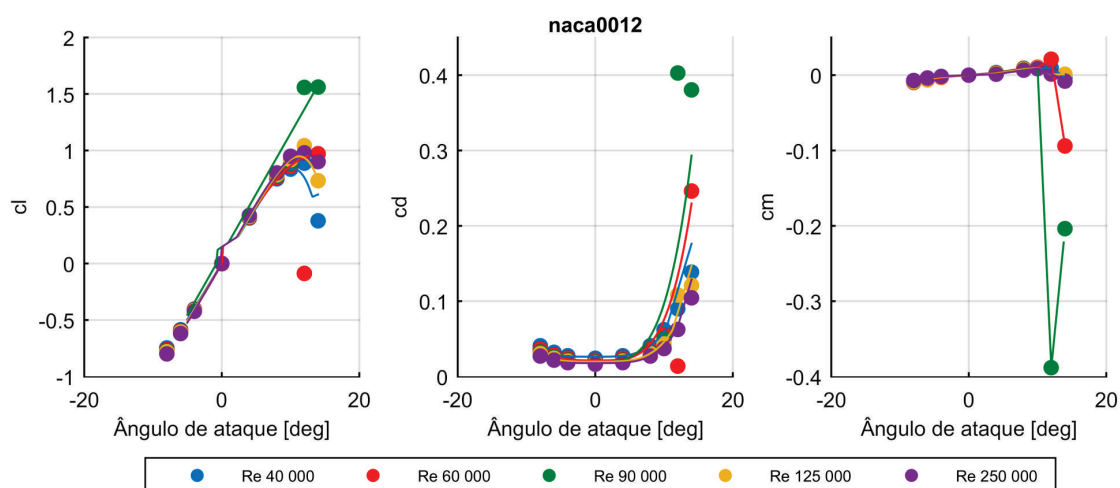


Figura 62 – Perfil mh126 para vários Reynolds

A rotina para obter algum coeficiente aerodinâmico ca , sustentação, arrasto ou momento de arfagem, dado um ângulo de ataque α e um número de Reynolds Re , consiste em localizar os dois números de Reynolds, o próximo maior Re_+ e o próximo menor Re_- , do valor desejado disponível no banco de dados de aerodinâmica. Assim, é feita uma média ponderada com estes valores, de acordo com a Eq.(4.2).

$$ca(\alpha, Re) = \frac{(Re - Re_-) ca(\alpha, Re_+) + (Re_+ - Re) ca(\alpha, Re_-)}{Re_+ - Re_-} \quad (4.2)$$

4.3 Determinação do Mach de divergência de arrasto

Para as simulações sob efeito da compressibilidade do fluido, a equação da conservação de Energia deve ser ativada devido à adição de uma variável (a densidade do fluido, no caso). Seguiu-se as sugestões recomendadas pelo fabricante do software de CFD: simulação de gás, coupled flow, gás ideal e regime estacionário. O modelo de turbulência foi já escolhido na Sec.(4.1), Spalart-Allmaras. A geometria do domínio é a mesma para as simulações da Sec.(4.1), com a diferença das condições de contorno, como pode-se observar na Fig.(63). Também foram simulados os mesmos ângulos de ataque que as simulações de regime incompressível.

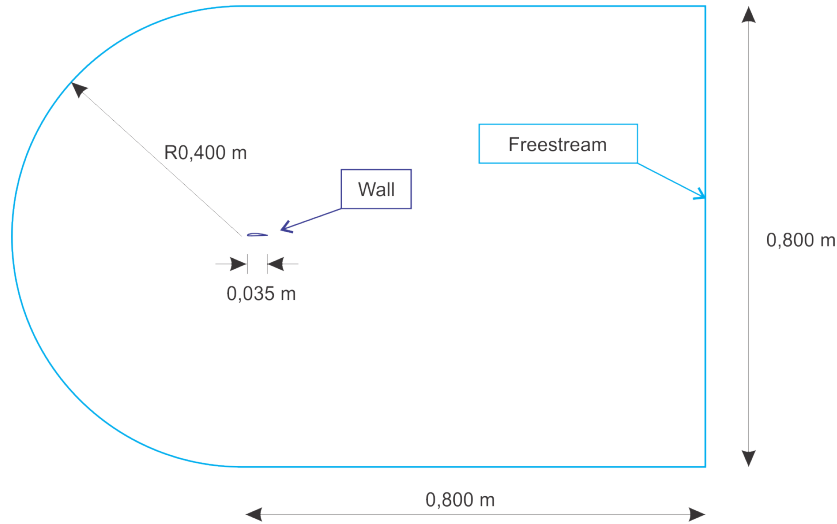


Figura 63 – Geometria e condições de contorno utilizados nas simulações compressível em CFD

Não é possível determinar diretamente o Mach de divergência para um dado aerofólio sob algum ângulo de ataque. Assim, fez-se um processo iterativo: a partir de um palpite de velocidade, verificava-se se, em algum lugar do domínio o fluido atingia velocidade sônica. Caso afirmativo, a próxima velocidade de avanço (ao longe) é reduzida. O critério de parada é quando a maior velocidade que o fluido atinge no domínio esteja no intervalo de Mach 1 ± 0.05 . Para os 12 perfis do projeto, validando dados da mesma

forma que simulações anteriores, observando os resíduos, obtém-se os gráficos de número de Mach da velocidade de avanço no qual, em algum ponto do domínio, este ultrapassa o regime sônico, dispostos nas Fig.(64), Fig.(65), Fig.(66) e Fig.(67).

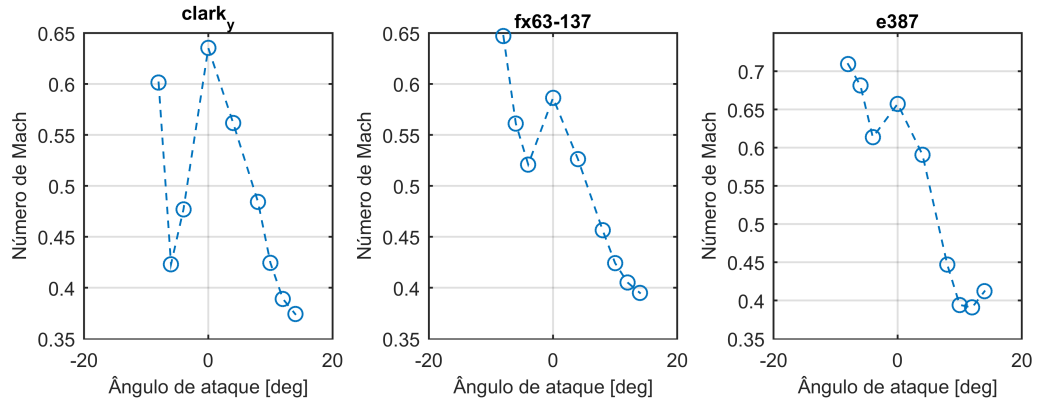


Figura 64 – Mach de divergência para os perfis clark-y, fx63-137 e e387

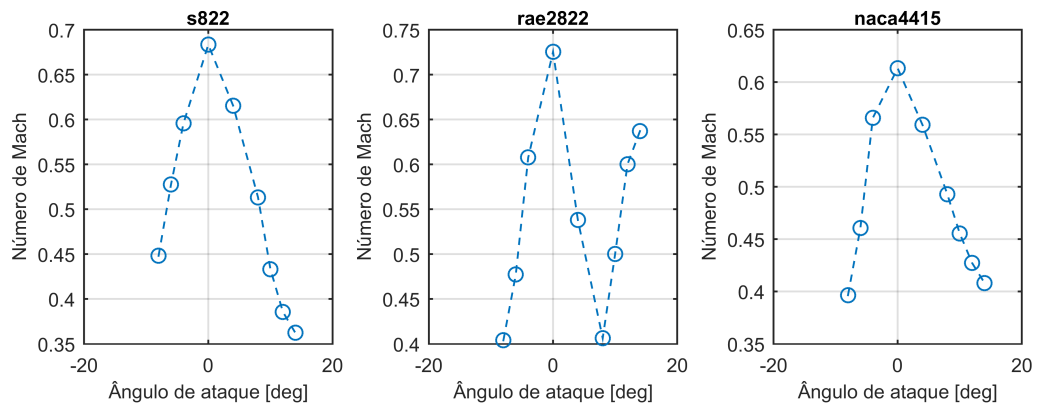


Figura 65 – Mach de divergência para os perfis s822, rae2822 e naca4415

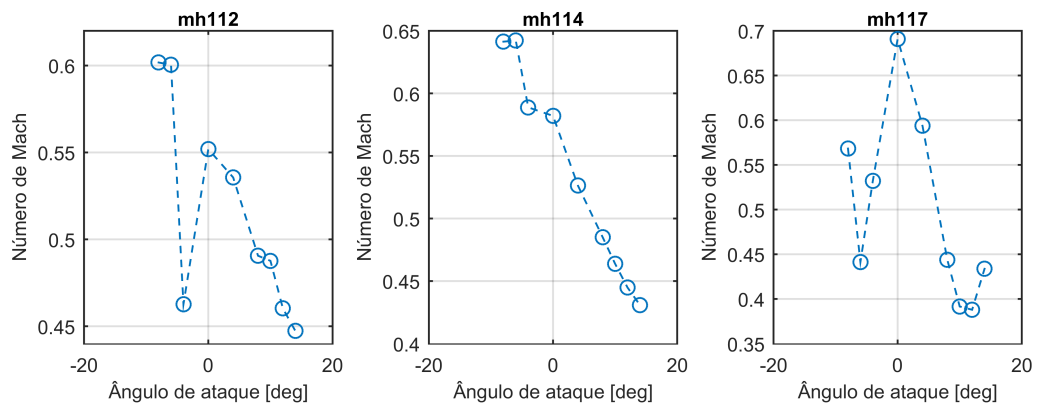


Figura 66 – Mach de divergência para os perfis mh112, mh114 e mh117

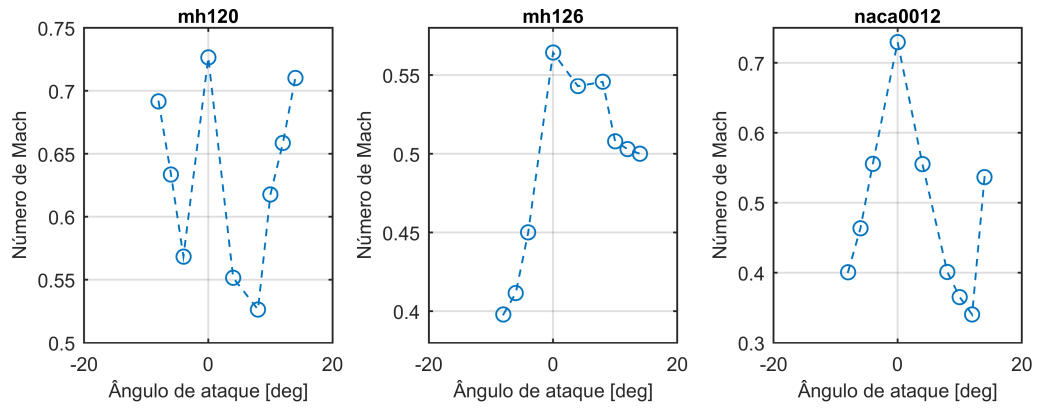


Figura 67 – Mach de divergência para os perfis mh120, mh126 e naca0012

Era esperado comportamentos mais comportados das curvas, o que não ocorreu boa parcela dos perfis. Por exemplo, o perfil mh114, Fig.(66), apresenta bom comportamento, com uma curva decrescente. Entretanto, curvas tais como o perfil mh117, Fig.(66), apresentaram valores oscilatórios. Com tais indícios, tais curvas não transmitem confiança para serem utilizados como Mach de divergência e, para generalizar, será adotado um valor máximo de Mach, na ponta-de-asa que não deverá ser ultrapassado. Em futuros projetos, deve-se focar em obter a curva de maneira mais robusta, e otimizar a hélice com o Mach de divergência variável em função do perfil e do ângulo de ataque.

4.4 Hélice otimizada

Com o banco de dados de aerodinâmica apropriadamente alimentado com informações pertinentes de perfis, apresenta-se resumidamente o resultado da otimização.

A pontuação da hélice inicial é de 181,3085; a otimização elevou esta pontuação para 192,1625. Entre os diferenciais, nota-se o aumento do número de pá e a redução do diâmetro da hélice, ou seja, uma tentativa de manter a área projetada da hélice. Nota-se também um leve enflexamento na ponta-de-asa. Este recurso é mais apropriado se o ponto do Mach de divergência fosse melhor determinado. Em uma possível futura melhora, este parâmetro será crucial para o desempenho do conjunto motopropulsor.

Tabela 6 – Variáveis otimizadas

Variável	Valor
B	3
b	0.1213
b_tip	0.1000
AR_tip	0.7000
$chord_min$	0.0049
$chord_b_1$	0.2175
$chord_b_2$	0.8547
$chord_alpha_1$	0.3994
$chord_alpha_2$	0.3070
$chord_rel_z4$	-0.0032
$twist_min$	0.1676
$twist_b_1$	0.0100
$twist_b_2$	0.5557
$twist_alpha_1$	-1.2717
$twist_alpha_2$	0.9171
$twist_rel_z4$	-0.3000
$i_airfoil_1$	1
$i_airfoil_2$	2
$b_airfoil$	0.5000

5 Conclusão

A otimização de hélice é normalmente associada ao problema de otimizar a eficiência (relação entre tração e torque). Entretanto, o presente trabalho foca em um fim mais direto, o acoplamento em um motor para aumento de tração e consequentemente aumento de massa levantada e aumento da pontuação para uma aeronave de competição. Desta forma, necessita-se analisar mais condições de uso que normalmente não são vistas em otimizações focadas em eficiência, tais como os efeitos da velocidade de avanço, importantes para aeronaves de competição e acoplamento motopropulsor. Os métodos clássicos de determinação de tração e torque de uma hélice, através da teoria do elemento de pá, se mostraram bem robustas e ainda largamente utilizadas, conforme visto na revisão bibliográfica.

Por se tratar de uma hélice, desafios surgiram tanto na área de aerodinâmica, como estruturas. Em aerodinâmica, regiões próximas da raiz possuem velocidades tangenciais baixas, resultados em valores de Reynolds baixos, indicando um escoamento laminar ou de transição. Na ponta-de-asa, devido à alta rotação, a velocidade tangencial é alta o suficiente para não poder considerar como fluido incompressível. Em alguns casos, velocidades próximas do Mach 0.6 causam o fenômeno de divergência do arrasto. Deve-se determinar a velocidade em que esse fenômeno ocorre de forma a evitá-lo.

No campo de estruturas, discutiu-se as dificuldades pela geometria não usual. Tratando-se de um perfil aeronáutico na seção transversal de uma pá, este não contém um plano de simetria, não é circular e não pode ser considerado como elemento casca. Para desenvolver a análise dos critérios de falha, é mais comum encontrar formulações que compõe os critérios para figuras básicas e simétricas, tais como perfis de seção em formato de I ou quadrados. A seção não circular não permite uma análise comum de determinação da deformação angular a partir de um torque, uma vez que o cálculo do momento de inércia polar não é trivial. Por ser sólida, uma pá não pode ser considerada como casca, o que dificulta a determinação do centro elástico. Uma proposta para obtenção deste centro foi descrito.

A hélice resultante da otimização mostrou uma hélice de pouca torção aeroelástica. A escolha do Nylon 66/6 como material, que possui grande módulo de elasticidade, contribuiu para a baixa torção. Outra consequência é o perfil na raiz. Era esperado perfil com área de seção grande (tais como o perfil mh116) de forma a evitar a fratura ou minimizar efeitos aeroelásticos, o que não ocorreu, pois houve preferência por um perfil de espessura baixa, que são mais indicados para número de Reynolds baixo.

Como proposta de melhora, está a determinação do Mach de divergência. Houve

tentativa para obter o Mach de divergência em função do ângulo de ataque para cada perfil, mas este apresentou resultado inesperado, não podendo ser adotado. Estudar a divergência de arrasto é importante, pois, através do artifício do enflexamento, é possível obter mais tração para o mesmo torque requisitado. Outra sugestão de melhora é o algoritmo de otimização. Utilizou-se o modelo mais prático do MATLAB, o que, apesar de conveniente devido a sua facilidade de uso, pode resultar em resultado pouco otimizado. A função de mérito, se determinado de maneira mais eficiente a divergência do arrasto, apresenta resultados bem próximos da realidade e, escolhendo com estudo mais aprofundado do otimizador, resultará em hélices que resultarão em pontuações consideravelmente maiores.

Referências

- [1] W. F. Phillips, *Mechanics of Flight*. John Wiley & Sons, 2004.
- [2] L. K. Lofting, *Quest for performance: The evolution of modern aircraft*. United States Government Printing; First Edition edition, 1985.
- [3] D. Cameron and D. Pearson, “Propeller Planes, Fueled By Economics, Take Off,” *The Wall Street Journal*, July 2012.
- [4] F. Vesting, “Implementation for lifting line propeller representation,” tech. rep., Chalmers University of Technology, 2012.
- [5] G. Ingram, “Wind turbine blade analysis using the blade element momentum method,” tech. rep., Durham University, 2011.
- [6] M. K. Rwigema, “The evaluation of a low-order propeller performance and wake prediction capability for the calculation of the power effects,” Master’s thesis, University of the Witwatersrand, 2014.
- [7] S. R. Kesler, “Propeller thrust analysis using prandtl’s lifting line theory, a comparison between the experimental thrust and the thrust predicted by prandtl’s lifting line theory,” Master’s thesis, The University of Utah, 2014.
- [8] A. A. Ayati, “Aerodynamic effects on wind turbine blades using the lifting-line theory,” Master’s thesis, Universitetet i Oslo, 2010.
- [9] F. R. Barbosai, “Projeto e análise de desempenho de hélices ótimas empregando algoritmo genético,” Master’s thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2009.
- [10] W. Johnson, *Helicopter Theory*. Dover publications, 1980.
- [11] K. Komninos, “Modeling considerations of the optimum rotor using vortex method,” Master’s thesis, Technical University of Denmark, 2008.
- [12] D. A. Spera, “Models of lift and drag coefficients of stalled and unstalled airfoils in wind turbines and wind tunnels,” tech. rep., NASA - National Aeronautics and Space Administration, Oct. 2008.
- [13] C. Lindenburg, “Aerodynamic airfoil coefficients at large angles of attack,” *IEA symposium on the aerodynamics of wind turbines*, 2000.
- [14] John D. Anderson Jr., *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Education; 5th edition, 2010.

-
- [15] H. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, 2007.
 - [16] H. Brito, “Curso básico de resistência dos materiais,” tech. rep., Escola Politécnica da USP, 2010.
 - [17] “An approximate torsion analysis of closed moderately thick-walled, thick-walled, and solid cross-sections,” *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, vol. 32, no. 5, pp. 277–287, 2008.
 - [18] T. Megson, *Aircraft Structures for Engineering Students*. Butterworth Heinemann, Butterworth-Heinemann, 2013.
 - [19] Y. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. Dover Phoenix Edition: Engineering, Dover Publications, 2002.
 - [20] J. Gere, *Mecânica dos materiais*. Pioneira Thomsom Learning, 2003.
 - [21] D. Gierke, “Model airplane news,” *Air Age, Inc.*, May 1995.
 - [22] F. A. Administration, “Far-23 normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes.”
 - [23] P. G. A. G. Christopher A. Lyon, Andy P. Broeren and M. S. Selig, “Summary of low-speed airfoil data - volume 3,” tech. rep., University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.
 - [24] M. S. Selig and B. D. McGranahan, “Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines,” tech. rep., University of Illinois at Urbana-Champaign, 2002 - 2003.
 - [25] M. Drela and H. Youngren, *XFOIL 6.9 User Primer*. MIT.